

Задание 1

Задание 1.1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

Ответ: 9

Решение задания 1.1

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 5 * (-3 - 0) + 2 * (-9 + 24) + (0 - 6) = -15 + 30 - 6 = 9$$

Задание 1.2. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$

Решение задания 1.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -2 + 6 & 4 + 2 \\ 6 + 12 & -12 + 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 18 & -8 \end{vmatrix}$$

Задание 1.3 Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$. **Решение задания 1.3**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2-1}{x^2 \cdot (\sqrt{1+x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+1} = \frac{1}{2}$$

Задание 1.4 Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}$.

Ответ: -2 .

Решение задания 1.4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot (1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg} x})}{1 - 1 - \operatorname{tg} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot (1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg} x})}{-\operatorname{tg} x} = -2$$

Задание 1.5 Используя второй замечательный предел, найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2}$.

Ответ: e^{10} **Решение задания 1.5**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5 + 10}{x^2 - 5} \right)^{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x^2 - 5} \right)^{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{10}{x^2 - 5}} \right)^{\frac{x^2 - 5}{10} \cdot \frac{10}{x^2 - 5} x^2} = \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{10}{x^2 - 5}} \right)^{\frac{x^2 - 5}{10}} \right]^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10 x^2}{x^2 - 5} \right)} = e^{10} \end{aligned}$$

Задание 1.6 Найти производную функции $y = x^3 \cos 2x$.

Ответ: $y' = -2x^3 \sin 2x + 3x^2 \cos 2x$ **Решение задания 1.6**

$$y' = 3x^2 \cos 2x + x^3 (-\sin 2x) \cdot 2 = 3x^2 \cos 2x - 2x^3 \sin 2x$$

Задание 1.7 Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3}$.

Ответ: $y' = \frac{x - 3(1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x}{x^4(1 + x^2)}$ **Решение задания 1.7**

$$y' = \frac{1}{1 + x^2} \cdot x^3 - 3x^2 \cdot \operatorname{arctg} x = \frac{x^3 - 3x^2 \cdot (1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x}{(1 + x^2) \cdot x^6} = \frac{x - 3 \cdot (1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x}{(1 + x^2) \cdot x^4}$$

Задание 1.8 Найти производную третьего порядка: $y = x \ln x$.

Ответ: $-\frac{1}{x^2}$. Решение задание 1.8

$$y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

$$y'' = \frac{1}{x}$$

$$y''' = -\frac{1}{x^2}$$

Задание 1.9 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$.

Ответ: 0. Решение задания 1.9

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$$

Задание 1.10 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x} \right)$.

Ответ: $\frac{1}{18}$. Решение задания 1.10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \sin 3x \cdot \cos 3x \cdot 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{3 \sin 6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{3 \sin 6x \cdot 6} = \frac{1}{18}$$

Задание 2.

Задание 2.1. Определить интервалы монотонности функции $y = xe^{3x}$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1/3]$ y убывает; $x \in [-1/3; +\infty)$ y возрастает.

Решение задания 2.1

$$y = xe^{3x} \quad D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$y' = e^{3x} + x \cdot e^{3x} \cdot 3 = e^{3x}(1 + 3x); \quad y' = 0 \text{ при } x = -\frac{1}{3}$$

$$y' > 0 \quad e^{3x}(1 + 3x) > 0; \quad 1 + 3x > 0; \quad x > -\frac{1}{3}$$

$$y' < 0 \quad e^{3x}(1 + 3x) < 0; \quad x < -\frac{1}{3}$$

функция убывает при $x \in (-\infty; -1/3]$

функция возрастает при $x \in [-1/3; +\infty)$

Задание 2.2. Найти экстремумы функции $y = \frac{x^2}{x-2}$.

Ответ: $y_{\max}(0) = 0$, $y_{\min}(4) = 8$.

Решение задания 2.2

$$D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$y' = \frac{2x \cdot (x-2) - x^2}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$$

$x=0$ точка максимума

$x=4$ точка минимума

$$y_{\max}(0) = 0 \quad y_{\min}(4) = \frac{16}{4-2} = 8$$

Задание 2.3. Найти интеграл: $\int \frac{\cos \ln x}{x} dx$.

Ответ: $\sin \ln x + C$

Решение задания 2.3

$$\int \frac{\cos \ln x}{x} dx = \int \cos \ln x d \ln x = \sin \ln x + C$$

Задание 2.4. Используя метод интегрирования по частям, найти интеграл $\int x \cos x dx$.

Ответ: $x \sin x + \cos x + C$

Решение задания 2.4

$$\int x \cos x dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos x dx \\ v = \sin x \end{array} \right| = x \cdot \sin x - \int \sin x dx = x \cdot \sin x + \cos x + C$$

Задание 2.5. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

Решение задания 2.5

$$\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\pi/4} \sin 4x d(4x) = \frac{1}{4} \cdot (-\cos 4x) \Big|_0^{\pi/4} = -\frac{1}{4} \cdot (\cos \pi - \cos 0) = -\frac{1}{4} \cdot (-1 - 1) = \frac{1}{2}$$

Задание 2.6. Используя замену переменной в определенном интеграле, вычислить: $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$.

Ответ: $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Решение задания 2.6

Замена $x = 2 \sin t$

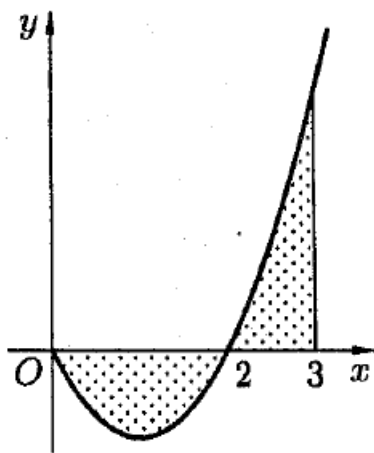
$$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx = \left. \begin{array}{l} x = 2 \sin t \\ dx = 2 \cos t dt \\ x = 0 \quad t = 0 \\ x = 1 \quad t = \frac{\pi}{6} \end{array} \right| = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2 \cos t \cdot 2 \cos t dt =$$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1+2\cos t}{2} dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt + 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2t dt = 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} + \sin 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = 2 \cdot \frac{\pi}{6} - 0 + \sin \frac{\pi}{3} - \sin 0 = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Задание 2.7. Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ox и графиком функции $y=x^2-2x$ при $x \in [0;3]$.

Ответ: $2\frac{2}{3}$.

Решение задания 2.7



$$S = -\int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = -\frac{x^3}{3} \Big|_0^2 + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 + \frac{x^3}{3} \Big|_2^3 - 2 \frac{x^2}{2} \Big|_2^3 =$$

$$= -\frac{1}{3}(8-0) + (4-0) + \frac{1}{3}(27-8) - (9-4) = -\frac{8}{3} + 4 + \frac{19}{3} - 5 = \frac{11}{3} - 1 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Задание 2.8. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = x^2 + 3x\sqrt{y} - y + \frac{y^2}{x}$.

Ответ: $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + 3\sqrt{y} - \frac{y^2}{x^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = 3x \frac{1}{2\sqrt{y}} - 1 + \frac{2y}{x}$.

Решение задания 2.8

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + 3\sqrt{y} - \frac{y^2}{x^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 3x \frac{1}{2\sqrt{y}} - 1 + \frac{2y}{x}$$

Задание 2.9. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ для функции $u = \sin\left(\frac{xy}{z}\right)$.

Ответ: $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = -\left(\frac{y}{z}\right)^3 \cos\left(\frac{xy}{z}\right)$

Решение задания 2.9

$$u = \sin\left(\frac{xy}{z}\right)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{y}{z} \cos\left(\frac{xy}{z}\right)$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\left(\frac{y}{z}\right)^2 \sin\left(\frac{xy}{z}\right)$$

$$\frac{d^3 u}{dx^3} = -\left(\frac{y}{z}\right)^3 \cos\left(\frac{xy}{z}\right)$$

Задание 2.10. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными $(1 + x^2)dy - 2xy dx = 0$.

Ответ: $y = C(1 + x^2)$, $C \in R$.

Решение задания 2.10

$$(1 + x^2)dy - 2xy dx = 0$$

$$(1 + x^2)dy = 2xy dx$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2x dx}{1 + x^2}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$$

$$\ln|y| = \ln(1 + x^2) \cdot |C|$$

Задание 3.

Задание 3.1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$xy \cdot y' = 1 - x^2.$$

Ответ: $x^2 + y^2 = \ln x^2 + C$

Решение задания 3.1

$$xy \cdot y' = 1 - x^2$$

$$y \frac{dy}{dx} = \frac{1 - x^2}{x}$$

$$y dy = \left(\frac{1}{x} - x \right) dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \ln|x| - \frac{x^2}{2} + \frac{C}{2}$$

$$y^2 = \ln x^2 - x^2 + C$$

Задание 3.2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = 0$.

Ответ: $y = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 e^{-x}$

Решение задания 3.2

$$y''' - 2y'' - 3y' = 0$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda^2 - 2\lambda - 3) = 0$$

$$\lambda(\lambda + 1)(\lambda - 3) = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 3$$

$$\lambda_3 = -1$$

Задание 3.3. Вычислить интеграл $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$.

Ответ: $4\frac{2}{3}$

Решение задания 3.3

$$\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx = \int_0^2 \left(\frac{x^3}{3} + 2xy \right) \Big|_0^1 dy = \int_0^2 \left(\frac{1}{3} + 2y \right) dy = \left(\frac{1}{3}y + 2\frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^2 = \frac{1}{3} \cdot 2 + 4 = 4\frac{2}{3}$$

Задание 3.4. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд $\sum_1^{\infty} \frac{4^n}{n!}$.

Ответ: ряд сходится.

Решение задания 3.4

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}}{4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} \cdot n!}{(n+1)! \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n+1} = 0 < 1 - \text{ряд сходится}$$

Задание 3.5. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость ряд $\sum_2^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$.

Ответ: ряд сходится

Решение задания 3.5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln n} = 0 < 1 - \text{ряд сходится}$$

Задание 3.6. Используя признак Коши, исследовать сходимость ряда:

$$3 + \frac{3^2}{2^2} + \frac{3^3}{3^3} + \frac{3^4}{4^4} + \dots + \frac{3^n}{n^n} + \dots$$

Ответ: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n}{n^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} = 0 < 1$ ряд сходится.

Решение задания 3.6

$$3 + \frac{3^2}{2^2} + \frac{3^3}{3^3} + \frac{3^4}{4^4} + L + \frac{3^n}{n^n} + K = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} = 0 < 1 - \text{ряд сходится}$$

Задание 3.7. Представить комплексное число $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ в тригонометрической и показательной формах.

$$\text{Ответ: } z = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right), z = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}.$$

Решение задания 3.7

$$z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$\varphi = \frac{3\pi}{4}$$

$$|z| = \rho = \sqrt{2+2} = 2$$

Задание 3.8. Представить комплексное число $z = -1 - i\sqrt{3}$ в тригонометрической и показательной формах.

$$\text{Ответ: } z = 2 \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right), z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}.$$

Решение задания 3.8

$$z = -1 - i\sqrt{3}$$

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$\varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$|z| = \rho = \sqrt{1+3} = 2$$

Задание 3.9. Используя формулу Муавра, вычислить $(-1 + i\sqrt{3})^{60}$.

Ответ: 2^{60} .

Решение задания 3.9

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$z^n = \rho^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$z = -1 + i\sqrt{3}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3}$$

$$|z| = \rho = \sqrt{1+3} = 2$$

$$z = -1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} z^{60} &= (-1 + i\sqrt{3})^{60} = 2^{60} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 60\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 60\right)\right) = \\ &= 2^{60} (\cos(40\pi) + i \sin(40\pi)) = 2^{60} (1 + i \cdot 0) = 2^{60} \end{aligned}$$

Задание 3.10. Пользуясь условиями Коши-Римана, определить, является ли функция $w = e^z$ дифференцируемой хотя бы в одной точке комплексной плоскости.

Ответ: функция $w = e^z$ является дифференцируемой на всей комплексной плоскости.

Решение задания 3.10

Пусть $z = x + iy$, $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$. Если в некоторой точке функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ дифференцируемы как функции действительных переменных x и y , кроме того удовлетворяют условиям Коши-Римана $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$, то функция $f(z) = u + iv$

является дифференцируемой в точке $z = x + iy$ как функция комплексного переменного z .

Так как $e^z = e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$, то $u(x, y) = e^x \cos y$, $v(x, y) = e^x \sin y$. Функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ как функции действительных переменных x и y дифференцируемы в любой точке (они имеют непрерывные частные производные любого порядка) и удовлетворяют условиям Коши-Римана.

Задание 4.

Задание 4.1. Понятие матрицы. Произведение матриц . Привести пример.

Ответ: *Матрицей* называется прямоугольная таблица, образованная из элементов некоторого множества и содержащая m строк и n столбцов:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Числа m и n называются *порядком* матрицы. Если $m \neq n$, то матрица называется *прямоугольной матрицей* размера $m \times n$, а если $m = n$, то – *квадратной матрицей* порядка n . Элементы $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ образуют *главную диагональ* квадратной матрицы A порядка n , а элементы $a_{1n}, a_{2,n-1}, \dots, a_{n1}$ – *побочную диагональ* этой матрицы.

Для краткого обозначения матрицы используются символы $A = (a_{ij})$ или $A = \|a_{ij}\|$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$). Первый и второй индексы у элементов a_{ij} указывают соответственно номер строки и номер столбца, в которых располагается этот элемент.

Матрицу, полученную из данной матрицы A заменой в ней строк соответствующими столбцами, называют *транспонированной* A и обозначают символом A^T .

Квадратная матрица, все диагональные элементы которой равны 1, а остальные – нулю, называется *единичной* и обозначается буквой E

Произведением $A \cdot B$ $m \times n$ -матрицы $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times s$ -матрицу $B = \|b_{ij}\|$ называется $m \times s$ -матрица $C = \|c_{ij}\|$, элемент c_{ij} которой по правилу умножения «строки на столбец» равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B :

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+9 & 2+3 & 1+0 \\ 1+6 & 2+2 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 1 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 4.2. Обратная матрица, условие её существования. Вычисление обратной матрицы. Найти матрицу, обратную к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: Пусть A – квадратная матрица n -го порядка, а E – единичная матрица того же порядка.

Матрица A^{-1} называется *обратной* по отношению к матрице A , если

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E.$$

Если определитель матрицы равен нулю, то такую матрицу принято называть *вырожденной*, в противном случае – *невырожденной*.

Пусть матрица A является невырожденной, то есть $|A| \neq 0$. Рассмотрим матрицу, составленную из алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы A :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

При транспонировании ее получается матрица A^* , называемая *присоединенной* к матрице A :

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Для того чтобы для матрицы A существовала обратная матрица A^{-1} , необходимо и достаточно, чтобы матрица A была невырожденной и при этом

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} A^*, \quad \text{где } \Delta = \det A.$$

Найдем матрицу, обратную к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислим определитель матрицы A :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

$\Delta = -1 \neq 0$, то есть матрица A является невырожденной, следовательно, существует обратная к ней матрица A^{-1} .

Найдем для каждого элемента матрицы A его алгебраическое дополнение и составим присоединенную матрицу

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & -6 & -4 \end{pmatrix}.$$

По формуле $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} A^*$ найдем обратную матрицу

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 33 \neq 0.$$

Так как он не равен нулю, то данная система имеет единственное решение, которое определяется по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Найдем

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 33, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \end{vmatrix} = 33, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix} = 33.$$

$$x_1 = \frac{33}{33} = 1, \quad x_2 = \frac{33}{33} = 1, \quad x_3 = \frac{33}{33} = 1.$$

Ответ: (1; 1; 1).

Задание 4.4. Векторное произведение двух векторов и его свойства. С помощью векторного произведения найти площадь треугольника ABC , если $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 7; -2)$, $C(5; -9; 0)$.

Ответ: Векторным произведением вектора \vec{a} на вектор \vec{b} называется вектор \vec{c} , обозначаемый символом $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ или $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ и удовлетворяющий следующим трем требованиям:

- 1) $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$;
- 2) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;
- 3) \vec{c} направлен так, что тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (рис. 3).

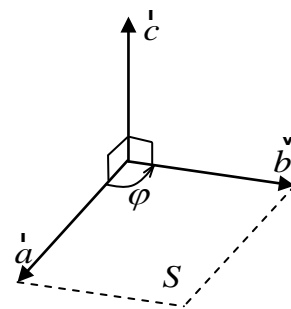
Векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$ обладает следующими свойствами:

- 1) $[\vec{a}, \vec{b}] = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$;
- 2) $||[\vec{a}, \vec{b}|| = S$ – площади параллелограмма, построенного

на приведенных к общему началу векторах \vec{a} и \vec{b} ;

- 3) $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$ – векторное произведение антикоммутативно;

- 4) $[\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}, \vec{c}] = \alpha [\vec{a}, \vec{c}] + \beta [\vec{b}, \vec{c}]$ – векторное произведение линейно.



Площадь S треугольника ABC равна половине площади параллелограмма, построенного на векторах \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , то есть $S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$. Так как

$\overrightarrow{AB} = \{4; 5; -6\}$, $\overrightarrow{AC} = \{6; -11; -4\}$, то имеем

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \overset{i}{1} & \overset{j}{1} & \overset{k}{1} \\ 4 & 5 & -6 \\ 6 & -11 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ -11 & -4 \end{vmatrix} \overset{i}{r} - \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 6 & -4 \end{vmatrix} \overset{j}{r} + \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & -11 \end{vmatrix} \overset{k}{r} =$$

$$-86\overset{i}{r} - 20\overset{j}{r} - 74\overset{k}{r}.$$

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{(-86)^2 + (-20)^2 + (-74)^2} = \sqrt{3318}.$$

Задание 4.5. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору (вывод). Общее уравнение плоскости. Частные случаи общего уравнения плоскости.

Ответ:

Пусть в пространстве $Oxyz$ плоскость Q задана точкой $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и вектором $\vec{n} = (A; B; C)$, перпендикулярным этой плоскости. Выведем уравнение плоскости Q . Возьмем на ней произвольную точку $M(x; y; z)$ и составим вектор $\overrightarrow{M_0M}(x - x_0; y - y_0; z - z_0)$. При любом расположении точки M на плоскости Q векторы \vec{n} и $\overrightarrow{M_0M}$ взаимно перпендикулярны, поэтому их скалярное произведение равно 0, т.е.

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1).$$

Координаты любой точки плоскости Q удовлетворяют (1), координаты точек, не лежащих на плоскости Q , этому уравнению не удовлетворяют (для них $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} \neq 0$).

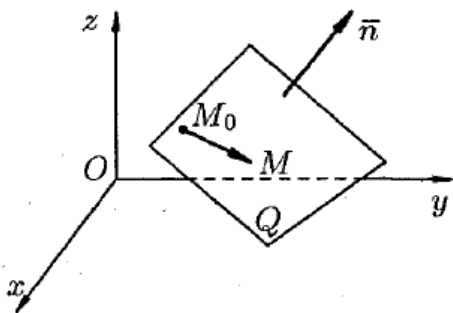
Уравнение (1) называется *уравнением плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (A; B; C)$* . Оно первой степени относительно текущих координат x ,

y , z . Вектор $\vec{n} = (A; B; C)$ называется *нормальным вектором плоскости*.

Придавая коэффициентам A , B и C уравнения (1) различные значения, можно получить уравнение любой плоскости, проходящей через точку M_0 . Совокупность плоскостей, проходящих через данную точку, называется *связкой плоскостей*, а уравнение (1) – уравнением связки плоскостей.

Рассмотрим общее уравнение первой степени с тремя переменными x , y и z :

$$Ax + By + Cz + D = 0$$



Полагая, что по крайней мере один из коэффициентов A , B или C не равен нулю, например $B \neq 0$, перепишем уравнение (2) в виде

Сравнивая уравнение (3) с уравнением (1), видим, что уравнения (2) и (3) являются уравнением плоскости с нормальным вектором $\vec{n} = (A; B; C)$, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

Итак, уравнение (2) определяет в системе координат $Oxyz$ некоторую плоскость. Уравнение (2) называется *общим уравнением плоскости*.

Частные случаи общего уравнения плоскости:

1. Если $D = 0$, то оно принимает вид $Ax + By + Cz = 0$. Этому уравнению удовлетворяет точка $O(0;0;0)$. Следовательно, в этом случае *плоскость проходит через начало координат*.
2. Если $C = 0$, то имеем уравнение $Ax + By + D = 0$. Нормальный вектор $\vec{n} = (A; B; 0)$ перпендикулярен оси Oz . Следовательно, *плоскость параллельна оси Oz* ; если $B = 0$ – параллельна оси Oy , $A = 0$ – параллельна оси Ox .
3. Если $C = D = 0$, то плоскость проходит через $O(0;0;0)$ параллельно оси Oz , т.е. плоскость $Ax + By = 0$ *проходит через ось Oz* . Аналогично, уравнениям $By + Cz = 0$ и $Ax + Cz = 0$ отвечают плоскости, проходящие соответственно через оси Ox и Oy .
4. Если $A = B = 0$, то уравнение (2) принимает вид $Cz + D = 0$, т.е. $z = -\frac{D}{C}$.
Плоскость *параллельна плоскости Oxy* . Аналогично, уравнениям $Ax + D = 0$ и $By + D = 0$ отвечают плоскости, соответственно параллельные плоскостям Oyz и Oxz .
5. Если $A = B = D = 0$, то уравнение (2) примет вид $Cz = 0$, т.е. $z = 0$. Это *уравнение плоскости Oxy* . Аналогично: $y = 0$ – уравнение плоскости Oxz ; $x = 0$ – уравнение плоскости Oyz .

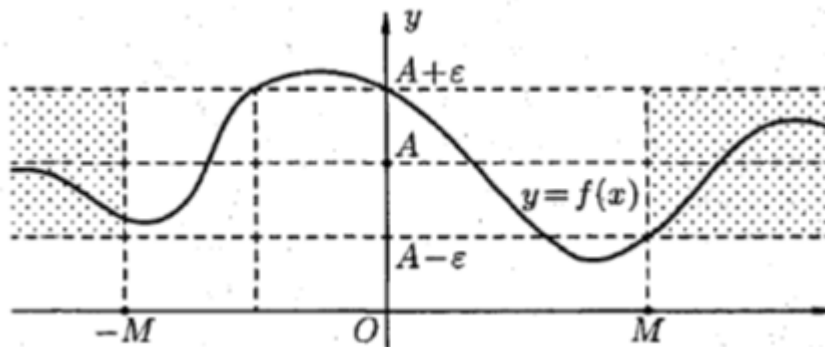
Задание 4.6. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x}{x^2 + 10}$.

Ответ:

Пусть функция $y=f(x)$ определена в промежутке $(-\infty; \infty)$. Число A называется *пределом функции $f(x)$ при $x \rightarrow \infty$* , если для любого положительного числа ε существует такое число $M = M(\varepsilon) > 0$, что при всех x , удовлетворяющих неравенству $|x| > M$ выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$. Коротко это определение можно записать так:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists M > 0 \forall x: |x| > M \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$$

Если $x \rightarrow +\infty$, то пишут $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ если $x \rightarrow -\infty$, то $-A = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ Геометрический смысл этого определения таков: для $\forall \varepsilon > 0 \exists M > 0$, что при $x \in (-\infty; -M]$ или $x \in [M; +\infty)$ соответствующие значения функции $f(x)$ попадают в ε -окрестность точки A , т.е. точки графика лежат в полосе шириной 2ε , ограниченной прямыми $y = A + \varepsilon$ и $y = A - \varepsilon$.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x}{x^2 + 10} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{10}{x^2}} = 2$$

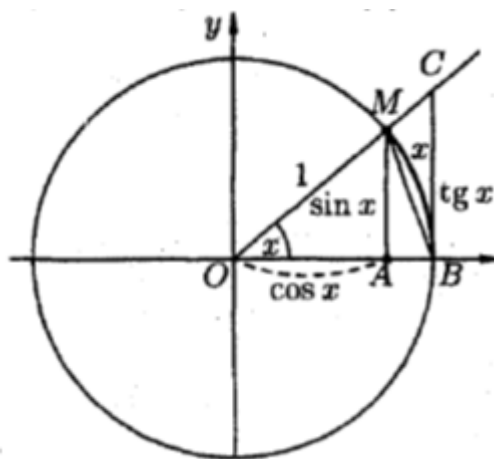
Задание 4.7. Первый замечательный предел (с выводом). Второй замечательный предел. Используя первый замечательный предел, найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$.

Ответ:

При вычислении пределов выражений, содержащих тригонометрические функции, часто используют предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \tag{1}$$

называемый *первым замечательным пределом*. Читается: предел отношения синуса к его аргументу равен единице, когда аргумент стремится к нулю. Докажем равенство (1).



Возьмем круг радиуса 1, обозначим радианную меру угла MOB через x . Пусть $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

На рисунке $AM = \sin x$, дуга MB численно равна центральному углу x , $BC = \operatorname{tg} x$. Очевидно, имеем $S_{\triangle MOB} < S_{\text{сектора } MOB} < S_{\triangle COB}$. На основании соответствующих формул геометрии получаем

$\frac{1}{2} \sin x < \frac{1}{2} x < \frac{1}{2} \operatorname{tg} x$. Разделим неравенства на $\frac{1}{2} \sin x > 0$, получим $1 < \frac{x}{\sin x} < \frac{1}{\cos x}$ или

$\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$. Так как $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ и $\lim_{x \rightarrow 0} 1 = 1$, то по признаку (о пределе промежуточной функции) существования пределов

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ (x > 0)}} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (2)$$

Пусть теперь $x < 0$. Имеем $\frac{\sin x}{x} = \frac{\sin(-x)}{-x}$ где $-x > 0$. Поэтому

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ (x < 0)}} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (3)$$

Из равенства (2) и (3) вытекает равенство (1).

Как известно, предел числовой последовательности, $n \in \mathbb{N}$ имеет предел, равный e :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (1)$$

Решение примера. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$.

Задание 4.8. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Пример. Найти y'_x , если $\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}$

Ответ:

Пусть зависимость между аргументом x и функцией y задана параметрически в виде двух уравнений

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (2)$$

где t – вспомогательная переменная, называемая параметром.

Найдем производную y'_x

считая, что функции (2) имеют производные и что функция $x=x(t)$ имеет обратную $t = \varphi(x)$. По правилу дифференцирования обратной функции

$$t'_x = \frac{1}{x'_t} \quad (3)$$

Функцию $y = f(x)$, определяемую параметрическими уравнениями (2), можно рассматривать как сложную функцию $y = y(t)$, где $t = \varphi(x)$.

По правилу дифференцирования сложной функции имеем:

$$y'_x = y'_t \cdot t'_x$$

С учетом равенства (3) получаем $y'_x = y'_t \cdot \frac{1}{x'_t}$

$$\text{т.е. } y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Решение:

Если $\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}$, то

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2)'_t}{(t^3)'_t} = \frac{2t}{3t} = \frac{2}{3t}$$

Задание 4.9. Путем последовательного интегрирования, решить дифференциальное уравнение $y'' = \frac{1}{1+x^2}$.

Ответ: $y = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C_1 x + C_2$.

Решение. $y' = \int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C_1$,

$$y = \int (\operatorname{arctg} x + C_1) dx = \int \operatorname{arctg} x dx + \int C_1 dx.$$

где

$$\begin{aligned} \int \operatorname{arctg} x dx &= \left| \begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x, \quad dv = dx \\ du = \frac{dx}{1+x^2}, \quad v = x \end{array} \right| = x \cdot \operatorname{arctg} x - \int x \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = \\ &= x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C_2. \end{aligned}$$

Задание 4.10. Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа.

Выражение $z = a + bi$ называется комплексным числом (алгебраической формой записи комплексного числа), a, b – действительные числа, $i = \sqrt{-1}$ мнимая единица

Число $\bar{z} = a - bi$ называется сопряженным к комплексному числу $z = a + bi$.

Действительное число $\sqrt{a^2 + b^2}$ называется модулем комплексного числа z и обозначается: $|z|$.

Поставим в соответствие комплексному числу $z = a + bi$ точку $M(a, b)$ плоскости xOy . Тогда плоскость xOy будем называть комплексной плоскостью, ось Ox – действительной осью, ось Oy – мнимой осью. Рассмотрим вектор \overrightarrow{OM} . По теореме Пифагора $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2} = |z|$.

Обозначим $\rho = |\overrightarrow{OM}| = |z|$, $\varphi = \angle MOx$ (рис. 5.1.1).

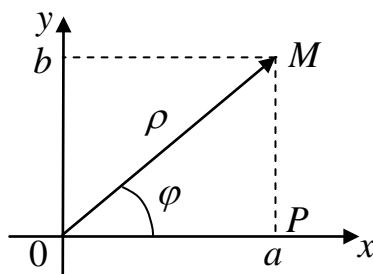


Рис. 5.1.1

Угол φ , который составляет вектор \overrightarrow{OM} с положительным направлением оси Ox , называется аргументом комплексного числа z и обозначается символом:

$$\varphi = \arg z.$$

Функция $\varphi = \arg z$ есть однозначная функция, так как $0 \leq \varphi < 2\pi$ ($z \neq 0$). Вводят также многозначную функцию $\varphi = \text{Arg}z = \arg z + 2\pi k$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), которая дает все значения φ .

Из треугольника MOP : $a = \rho \cos \varphi = |z| \cos \varphi$, $b = \rho \sin \varphi = |z| \sin \varphi$. Тогда

$$z = a + bi = \rho \cos \varphi + \rho \sin \varphi = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Форма записи

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (5.1.2)$$

называется тригонометрической формой записи комплексного числа.

Справедливо равенство

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi, \text{ где } \varphi \in R \quad (5.1.3)$$

Для любого комплексного числа z имеем:

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi) = \rho e^{i\varphi},$$

где выражение $z = \rho e^{i\varphi}$ называется показательной формой комплексного числа z . Для данного числа z оно единственно.

Задание 5.

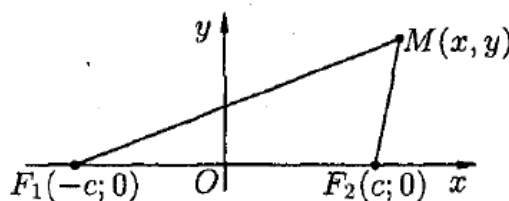
Задание 5.1. Кривые второго порядка (написать канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы). Вывод канонического уравнения эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению.

Ответ:

Эллипсом называется множество всех точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная, большая, чем расстояние между фокусами. Обозначим фокусы через F_1 и F_2 , расстояние между ними через $2c$, а сумму расстояний от произвольной точки эллипса до фокусов – через $2a$. По определению $2a > 2c$, то есть $a > c$.

Для вывода уравнения эллипса выберем систему координат Oxy так, чтобы фокусы F_1 и F_2 лежали на оси Ox , а начало координат совпало с серединой отрезка F_1F_2 . Тогда фокусы будут иметь следующие координаты: $F_1(-c; 0)$ и $F_2(c; 0)$.

Пусть $M(x; y)$ – произвольная точка эллипса. Тогда, согласно определению эллипса, $MF_1 + MF_2 = 2a$, то есть



$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a \quad (1)$$

Это, по сути, и есть уравнение эллипса.

Преобразуем уравнение (1) к более простому следующим образом:

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$x^2 + 2cx + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a * \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - cx$$

$$a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2$$

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

Так как $a > c$, то $a^2 - c^2 > 0$. Положим

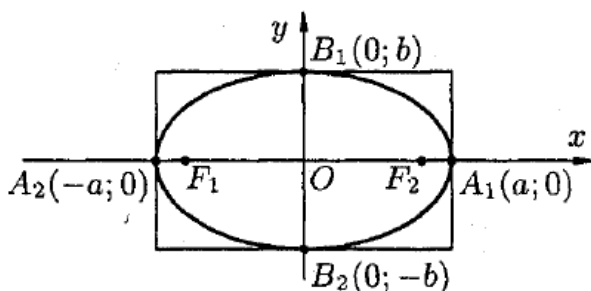
$$a^2 - c^2 = b^2 \quad (2)$$

Тогда последнее уравнение имеет вид $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ или

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3)$$

Можно доказать, что уравнение (3) равносильно исходному уравнению. Уравнение (3) называется каноническим уравнением эллипса.

Эллипс – кривая второго порядка.



Установим форму эллипса, пользуясь его каноническим уравнением.

1. Уравнение (3) содержит x и y только в четных степенях, поэтому если точка $(x; y)$ принадлежит эллипсу, то ему также принадлежат точки $(x; -y)$, $(-x; y)$, $(-x; -y)$. Отсюда следует, что эллипс симметричен относительно осей Ox и Oy , а так же относительно точки $O(0; 0)$,

которую называют центром эллипса.

2. Найдем точки пересечения эллипса с осями координат. Положив $y=0$, находим две точки $A_1(a; 0)$ и $A_2(-a; 0)$, в которых ось Ox пересекает эллипс. Положив в уравнении (3) $x=0$, находим точки пересечения эллипса с осью Oy : $B_1(0; b)$ и $B_2(0; -b)$. Точки A_1, A_2, B_1, B_2 называются вершинами эллипса. Отрезки A_1A_2 и B_1B_2 , также длинны $2a$ и $2b$ называются соответственно большей и малой полуосями эллипса.
3. Из уравнения (3) следует, что каждое слагаемое в левой части не превосходит единицы, т.е. имеют место неравенства $\frac{x^2}{a^2} \leq 1$ и $\frac{y^2}{b^2} \leq 1$ или $-a \leq x \leq a$ и $-b \leq y \leq b$.

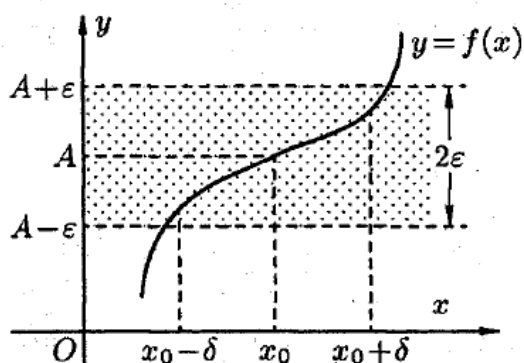
Следовательно, все точки эллипса лежат внутри прямоугольника, образованного прямыми $x = \pm a, y = \pm b$.

4. В уравнении (3) сумма неотрицательных слагаемых $\frac{x^2}{a^2}$ и $\frac{y^2}{b^2}$ равна единице.

Следовательно, при возрастании одного слагаемого другое будет уменьшаться, т.е. если $|x|$ возрастает, то $|y|$ уменьшается и наоборот.

Из сказанного следует, что эллипс имеет форму, изображенную на рисунке (овальная замкнутая кривая).

Задание 5.2. Предел функции в точке (по Гейне и по Коши).



Ответ:

Пусть функция $y=f(x)$ определена в некоторой окрестности точки x_0 , кроме, быть может, самой точки x_0 .

Сформулируем два, эквивалентных между собой, определения предела функции в точке.

Определение 1 (на «языке последовательностей», или по Гейне) Число A называется пределом функции $y=f(x)$ в точке x_0 (или при $x \rightarrow x_0$), если для любой последовательности допустимых значений аргумента $x_n, n \in \mathbb{N} (x_n \neq x_0)$, сходящейся к x_0 (т.е. $\lim x_n = x_0$), последовательность соответствующих значений функции $f(x_n), n \in \mathbb{N}$ сходится к числу A (т.е. $\lim f(x_n) = A$).

В этом случае пишут $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ или $f(x) \rightarrow A$ при $x \rightarrow x_0$. Геометрический смысл предела функции:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ означает, что для всех точек x , достаточно близких к точке x_0 , соответствующие значения функции как угодно мало отличаются от числа A .

Определение 2 (на «языке ϵ - δ », или Коши). Число A называется пределом функции в точке x_0 (или при $x \rightarrow x_0$), если для любого положительного ϵ найдется такое положительное число δ , что для всех $x \neq x_0$, удовлетворяющих неравенству $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \epsilon$.

Записывают $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$. Это определение коротко можно записать так

$$(\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x : |x - x_0| < \delta, x \neq x_0 \Rightarrow |f(x) - A| < \epsilon) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

Геометрический смысл предела функции: $A = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, если для любой ϵ -окрестности точки A

найдется такая δ -окрестность точки x_0 , что для всех $x \neq x_0$ из этой δ -окрестности соответствующие значения функции $f(x)$ лежат в ϵ -окрестности точки A . Иными словами, точки графика функции $y=f(x)$ лежат внутри полосы шириной 2ϵ , ограниченной прямыми $y=A+\epsilon, y=A-\epsilon$. Очевидно, что величина δ зависит от выбора ϵ , поэтому пишут $\delta=\delta(\epsilon)$.

Задание 5.3. Непрерывность функции в точке (дать два определения).

Ответ:

Пусть функция $y=f(x)$ определена в точке x_0 и в некоторой окрестности этой точки. Функция $y=f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если существует предел функции в этой точке и он равен значению функции в этой точке, т.е.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0). \quad (1)$$

Равенство (1) означает выполнение трех условий:

1. функция $f(x)$ определена в точке x_0 и в ее окрестности;
2. функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow x_0$;
3. предел функции в точке x_0 равен значению функции в этой точке, т.е. выполняется равенство (1).

Так как $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$, то равенство (1) можно записать в виде

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(\lim_{x \rightarrow x_0} x) = f(x_0). \quad (2)$$

Это означает, что при нахождении предела непрерывной функции $f(x)$ можно перейти к пределу под знаком функции, то есть в функцию $f(x)$ вместо аргумента x подставить его предельное значение x_0 .

Можно дать еще одно определение непрерывной функции, опираясь на понятия приращения аргумента и функции.

Пусть функция $y=f(x)$ определена в некотором интервале $(a;b)$. Возьмем произвольную точку $x_0 \in (a;b)$. Для любого $x \in (a;b)$ разность $x-x_0$ называют приращением аргумента x в точке x_0 и обозначается Δx : $\Delta x = x - x_0$. Отсюда $x = x_0 + \Delta x$.

Разность соответствующих значений функции $f(x) - f(x_0)$ называется приращением функции $f(x)$ в точке x_0 и обозначается Δy (или Δf или $\Delta f(x_0)$): $\Delta y = f(x) - f(x_0)$ или $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Очевидно, приращения Δx и Δy могут быть как положительными, так и отрицательными числами.

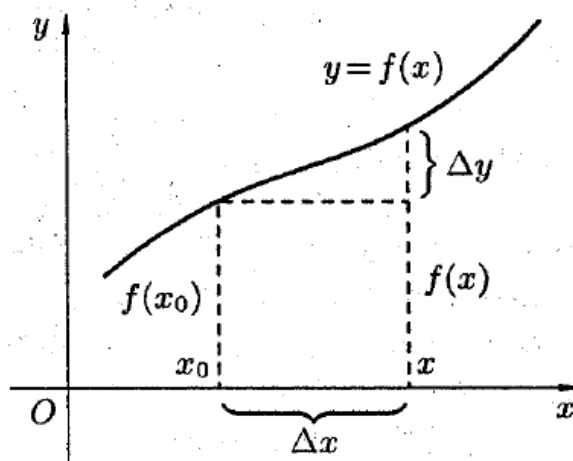
Запишем равенство (1) в новых обозначениях.

Так как условия $x \rightarrow x_0$ и $x - x_0 \rightarrow 0$ одинаковы, то равенство (1) принимает вид

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0)) = 0 \text{ или } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0. \quad (3)$$

Полученное равенство (3) является еще одним определением непрерывности функции в точке: функция $y=f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если она определена в точке x_0 и ее окрестности и выполняется равенство (3), т.е. бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции.

Исследуя непрерывность функции в точке, применяют либо первое (равенство (1)), либо второе (равенство (3)) определение.



Задание 5.4. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.

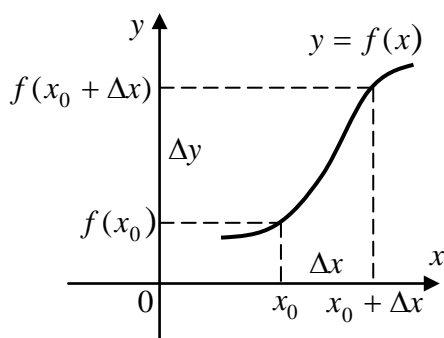


Рис. 1

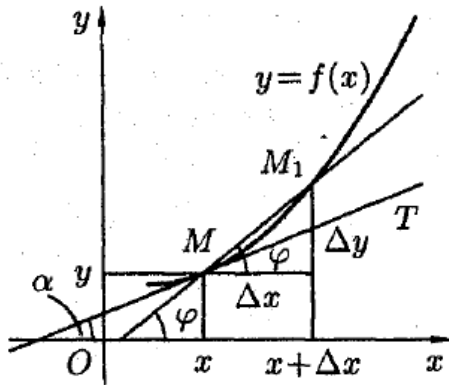
Ответ: Пусть на некотором числовом промежутке X определена функция $y = f(x)$. Возьмем любую точку $x_0 \in X$ и придадим аргументу x в точке x_0 произвольное приращение Δx такое, что $x_0 + \Delta x \in X$.

При этом функция получит приращение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ (рис. 1). Если существует

предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, то он называется *производной*

функции $y = f(x)$ в точке x_0 и обозначается $f'(x_0)$.

Рассмотрим теперь график непрерывной кривой $y=f(x)$, имеющий в точке $M(x;y)$ неперпендикулярную касательную. Найдем ее угловой коэффициент $k=\operatorname{tg} \alpha$, где α – угол касательной с осью Ox .



Для этого проведем через точку M и точку M_1 графика с абсциссой $x+\Delta x$ секущую. Обозначим через φ – угол между секущей равен

$$k_{\text{сек}} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

При $\Delta x \rightarrow 0$ в силу непрерывности функции приращение Δy тоже стремится к нулю; поэтому точка M_1 неограниченно приближается по кривой к точке M , а секущая MM_1 , поворачиваясь около точки M , переходит в касательную. Угол $\varphi \rightarrow \alpha$, т.е. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \varphi = \alpha$.

Следовательно, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha$

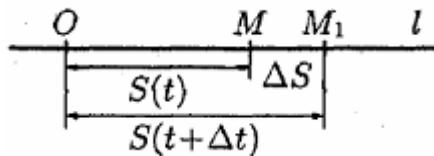
Поэтому угловой коэффициент касательной равен

$$k_{\text{сек}} = \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (2)$$

Таким образом, производная $f'(x)$ в точке x равна угловому коэффициенту касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке, абсцисса которой равна x . В этом заключается смысл производной.

Пусть материальная точка (некоторое тело) M движется неравномерно по некоторой прямой. Каждому значению времени t соответствует определенное расстояние $OM = S$ до некоторой фиксированной точки O . Это расстояние зависит от истекшего времени t , т.е. $S=S(t)$.

Это равенство называют законом движения точки. Требуется найти скорость движения точки.



Если в некоторый момент времени t точка занимает положение M , то в момент времени $t+\Delta t$ (Δt – приращение времени) точка займет положение M_1 , где $OM_1=S+\Delta S$ (ΔS – приращение расстояния). Таким образом, перемещение

точки M за время Δt будет $\Delta S=S(t+\Delta t)-S(t)$.

Отношение $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ выражает среднюю скорость движения точки за время Δt :

$$V_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Средняя скорость зависит от значения Δt : чем меньше Δt , тем точнее средняя скорость выражает скорость движения точки в данный момент времени t .

Предел средней скорости движения при стремлении к нулю промежутка времени Δt называется скоростью движения точки в данный момент времени (или мгновенной скоростью). Обозначим эту скорость через V , получим

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}, \text{ или } V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S(t + \Delta t) - S(t)}{\Delta t} \quad (1)$$

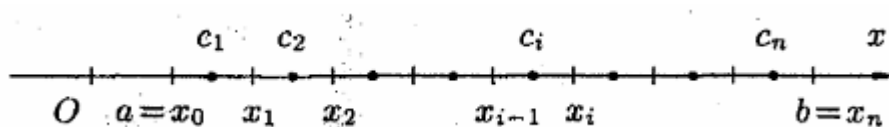
Это равенство перепишем в виде $V = S'_t$, т.е. скорость прямолинейного движения материальной точки в момент времени t есть производная от пути S по времени t . В этом заключается механический смысл производной.

Задание 5.5. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла.

Ответ:

Пусть функция $y=f(x)$ определена на отрезке $[a;b]$, $a < b$. Выполним следующие действия.

1. С помощью точек $x_0=a, x_1, x_2, \dots, x_n=b$ ($x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$) разобьем отрезок $[a;b]$ на n частичных отрезков $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$.



2. В каждом частичном отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, $i=1, 2, \dots, n$ выберем произвольную точку $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$ и вычислим значение функции в ней, т.е. величину $f(c_i)$.

3. Умножим найденное значение функции $f(c_i)$ на длину $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ соответствующего частичного отрезка: $f(c_i) \cdot \Delta x_i$.

4. Составим сумму S_n всех таких произведений:

$$S_n = f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i \quad (1)$$

Сумма вида (1) называется интегральной суммой функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$. Обозначаем через λ длину наибольшего частичного отрезка: $\lambda = \max \Delta x_i (i=1, 2, \dots, n)$.

5. Найдем предел интегральной суммы (1), когда $n \rightarrow \infty$ так, что $\lambda \rightarrow 0$.

Если при этом интегральная сумма S_n имеет предел I , который не зависит ни от способа разбиения отрезка $[a;b]$ на частичные отрезки, ни от выбора точек в них, то число I называется определенным

интегралом от функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$ и обозначается $\int_a^b f(x)dx$. Таким образом,

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ (\lambda \rightarrow 0)}} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i \quad (2)$$

Числа a и b называются, соответственно, нижним и верхним пределами интегрирования, $f(x)$ – подынтегральной функцией, $f(x)dx$ – подынтегральным выражением, x – переменной интегрирования, отрезок $[a;b]$ – областью (отрезком) интегрирования.

Функция $y=f(x)$, для которой на отрезке $[a;b]$ существует определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$, называется интегрируемой на этом отрезке.

Сформулируем теперь теорему о существовании определенного интеграла.

Теорема (Коши). Если функция $y=f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, то определенный интеграл

$$\int_a^b f(x)dx \text{ существует.}$$

Пусть на отрезке $[a;b]$ задана непрерывная функция $y=f(x) \geq 0$. Фигура, ограниченная сверху графиком функции $y=f(x)$, снизу – осью Ox сбоку – прямыми $x=a$ и $x=b$, называется криволинейной трапецией. Найдем площадь этой трапеции.

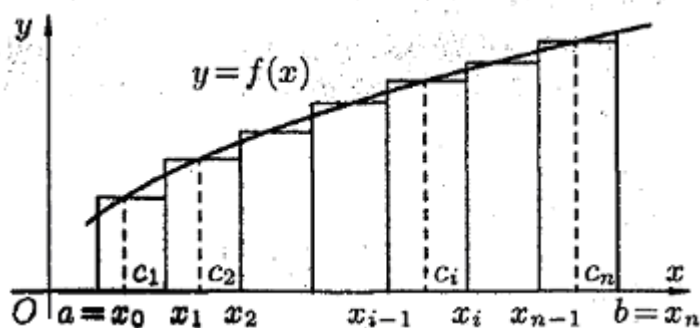
Для этого отрезок $[a;b]$ точками $a=x_0, x_1, \dots, b=x_n$ ($x_0 < x_1 < \dots < x_n$) разобьем на n частичных отрезков $[x_0;x_1], [x_1;x_2], \dots, [x_{n-1};x_n]$. В каждом частичном отрезке $[x_{i-1};x_i]$ ($i=1, 2, \dots, n$) возьмем произвольную точку c_i и вычислим значение функции в ней, т.е. $f(c_i)$.

Умножим значением функции $f(c_i)$ на длину $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ соответствующего частичного отрезка. Произведение $f(c_i) \cdot \Delta x_i$ равно площади прямоугольника с основанием Δx_i и высотой $f(c_i)$. Сумма всех таких произведений

$$f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$$

равна площади ступенчатой фигуры и приблизительно равна площади криволинейной трапеции:

$$S_n \approx \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$$



С уменьшением всех величин Δx_i точность приближения криволинейной трапеции ступенчатой фигурой и точность полученной формулы увеличиваются. Поэтому за точное значение площади S криволинейной трапеции принимается предел S , к которому стремится площадь ступенчатой фигуры S_n , когда n

неограниченно возрастает так, что $\lambda = \max \Delta x_i \rightarrow 0$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ (\lambda \rightarrow 0)}} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i, \text{ то есть } S = \int_a^b f(x)dx.$$

Итак, определенный интеграл от неотрицательной функции численно равен площади криволинейной трапеции.

В этом состоит геометрический смысл интеграла.

Задание 5.6. Длина дуги кривой в прямоугольных координатах (вывод формулы).

Пример. Найти длину дуги кривой $y = \ln x$ от $x = \sqrt{3}$ до $x = \sqrt{8}$.

Ответ:

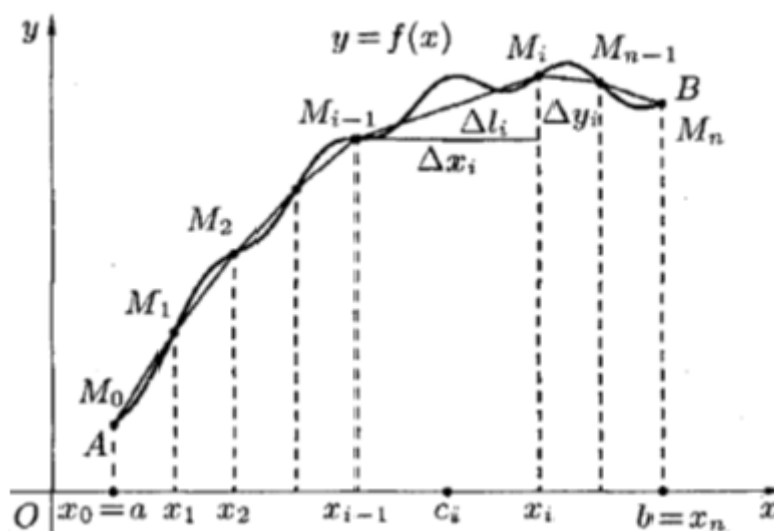
Пусть в прямоугольных координатах дана плоская кривая AB (или L), уравнение которой $y=f(x)$, где $a \leq x \leq b$.

Под длиной дуги AB понимается предел, к которому стремится длина ломаной линии, вписанной в эту дугу, когда число звеньев ломаной неограниченно возрастает, а длина наибольшего звена ее стремится к нулю.

Покажем, что если функция $y=f(x)$ и ее производная $y'=f'(x)$ непрерывны на отрезке $[a;b]$, то кривая AB имеет длину, равную

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx, \quad (1)$$

Применим схему I (метод сумм).



1. Точками $x_0 = a, x_1, \dots, x_n = b$ ($x_0 < x_1 < \dots < x_n$) разобьем отрезок $[a;b]$ на n частей. Пусть этим точкам соответствуют точки $M_0 = A, M_1, \dots, M_n = B$ на кривой AB . Проведем хорды $M_0M_1, M_1M_2, \dots, M_{n-1}M_n$, длины которых обозначим соответственно через $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots, \Delta l_n$. Получим ломаную $M_0M_1M_2 \dots M_{n-1}M_n$, длина которой равна

$$l_n = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_n = \sum_{i=1}^n \Delta l_i$$

2. Длину хорды (или звена ломаной) Δl_i можно найти по теореме Пифагора из треугольника с катетами Δx_i и Δy_i :

$$\Delta l_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2},$$

где $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $\Delta y_i = f(x_i) - f(x_{i-1})$

По теореме Лагранжа о конечном приращении функции $\Delta y_i = f'(c_i) \cdot \Delta x_i$, где

$$c_i \in (x_{i-1}; x_i)$$

Поэтому

$$\Delta l_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (f'(c_i) \cdot \Delta x_i)^2} = \sqrt{1 + (f'(c_i))^2} \cdot \Delta x_i,$$

а длина всей ломаной $M_0 M_1 \dots M_n$ равна

$$l_n = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + (f'(c_i))^2} \cdot \Delta x_i \quad (2)$$

3. Длина L кривой AB , по определению, равна

$$L = \lim_{\max \Delta l_i \rightarrow 0} l_n = \lim_{\max \Delta l_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta l_i.$$

Заметим, что при $\Delta l_i \rightarrow 0$ также и $\Delta x_i \rightarrow 0$

$$(\Delta l_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2})$$

и, следовательно, $|\Delta x_i| < \Delta l_i$. Функция $\sqrt{1 + (f'(x))^2}$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, так как, по условию, непрерывна функция $f'(x)$. Следовательно, существует предел интегральной суммы (2), когда $\max \Delta x_i \rightarrow 0$:

$$L = \lim_{\substack{\max \Delta l_i \rightarrow 0 \\ (n \rightarrow \infty)}} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + (f'(c_i))^2} \cdot \Delta x_i = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

Таким образом,

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx,$$

или в сокращенной записи

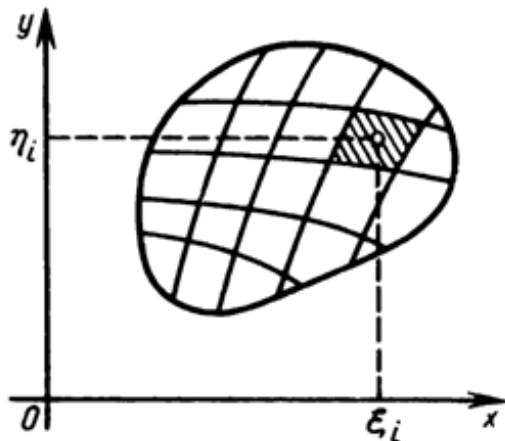
$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (y'_x)^2} dx,$$

Решение примера. Длина дуги кривой $y = \ln x$ от $x = \sqrt{3}$ до $x = \sqrt{8}$. **Ответ:** $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

Задание 5.6. Определение и условия существования двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла .

Ответ:

Пусть D – некоторая ограниченная замкнутая область декартовой плоскости R^2 , и $z = f(x, y)$ – произвольная функция, определенная и ограниченная в D .



Разобьем область D на n частей D_i , не имеющих общих внутренних точек, с площадями ΔS_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Пусть $d(D_i)$ – наибольшее расстояние между граничными точками области D_i (диаметр), а $\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \{d(D_i)\}$. Выбрав внутри каждой части D_i произвольную точку (ξ_i, η_i) , составим сумму

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \Delta S_i \quad (1)$$

которая называется интегральной суммой для

функции $f(x, y)$ в области D .

Определение. Если интегральная сумма σ при $\lambda \rightarrow 0$ имеет конечный предел I , то он называется двойным интегралом от функции $f(x, y)$ по области D и обозначается одним из символов:

$$I = \iint_D f(x, y) ds = \iint_D f(x, y) dx dy. \quad (2)$$

В этом случае функция $f(x, y)$ называется интегрируемой в области D , D – областью интегрирования, x и y – переменными интегрирования, ds или $dx dy$ – элементами площади.

Необходимым условием интегрирования функций $f(x, y)$ на D является их ограниченность в областях интегрирования.

Имеют место следующие **достаточные** условия интегрируемости функции $f(x, y)$.

Теорема. Для того чтобы функция $f(x, y)$ была интегрируема в замкнутой ограниченной области D , достаточно чтобы она была непрерывна в D .

Геометрический смысл двойного интеграла: двойной интеграл от непрерывной неотрицательной функции $z = f(x, y)$ равен объему криволинейного цилиндра P , который ограничен снизу областью D плоскости xOy , сверху – графиком функции $z = f(x, y)$, с боков – цилиндрической поверхностью, направляющей которой служит граница области D , а образующие параллельны оси Oz .

Свойства двойного интеграла

Теорема. Имеют место следующие свойства двойного интеграла:

Пусть $f(x, y)$, $g(x, y)$ интегрируемы в D , k – произвольное число

$$1^\circ. \iint_D kf(x, y) dx dy = k \iint_D f(x, y) dx dy.$$

$$2^\circ. \iint_D (f \pm g) dx dy = \iint_D f dx dy \pm \iint_D g dx dy.$$

3°. Если область $D = D_1 \cup D_2$, где D_1 и D_2 – ограниченные замкнутые области, не имеющие общих внутренних точек

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy + \iint_{D_2} f(x, y) dx dy.$$

4°. (Теорема о среднем). Если функция $f(x, y)$ непрерывна в области D , то существует точка $(\xi_0, \eta_0) \in D$ такая, что

$$\iint_D f(x, y) dx dy = f(\xi_0, \eta_0) \cdot S,$$

где S – площадь области D .

Теорема. Пусть функция $z = f(x, y)$ определена и непрерывна в области

$$D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, y_1(x) \leq y \leq y_2(x)\},$$

где $y_1(x)$ и $y_2(x)$ – непрерывные функции, $y_1(x) \leq y_2(x)$ для $a \leq x \leq b$. Тогда двойной интеграл вычисляется по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy.$$

Задание 5.7. Линейные уравнения первого порядка. Методы Лагранжа и Бернулли (вывод формулы одним из методов).

Ответ: Уравнение вида $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ (1)

где $P(x)$ и $Q(x)$ – известные функции, называется *линейным дифференциальным уравнением* (первого порядка). Будем предполагать, что $P(x)$ и $Q(x)$, непрерывны на своей области определения.

Если в уравнении (1) функция $Q(x)$ тождественно равна нулю в области определения D данного уравнения, то (1) принимает вид

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0 \quad (2)$$

и называется *линейным однородным* уравнением, соответствующим уравнению (1). Уравнение (1), в котором $Q(x) \neq 0$ в области D , называется *неоднородным*.

Для нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения (1) применим *метод Лагранжа* (другое название метода – *метод вариации произвольной постоянной*). Сформулируем алгоритм решения.

Найдем общее решение соответствующего однородного уравнения (2) в области определения уравнения. Разделяя в (2) переменные

$$\frac{dy}{y} = -P(x)dx.$$

и интегрируя, получим общее решение однородного уравнения (2)

$$y = Ce^{-\int P(x)dx},$$

где $C = const$. Определяем общее решение неоднородного уравнения (1) в виде

$$y = C(x)e^{-\int P(x)dx},$$

считая $C(x)$ некоторой дифференцируемой функцией, подлежащей определению.

Подставляя функцию $y = C(x)e^{-\int P(x)dx}$ и ее производную

$$y' = C'(x)e^{-\int P(x)dx} - C(x) \cdot P(x)e^{-\int P(x)dx}$$

в уравнение (1), найдем $C'(x)$:

$$C'(x) = Q(x)e^{\int P(x)dx}.$$

Интегрируя последнее равенство, получим

$$C(x) = \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C,$$

где C – произвольная постоянная. Подставляя найденную функцию $C(x)$ в выражение

$$y = C(x)e^{-\int P(x)dx},$$

получим общее решение неоднородного линейного уравнения (1):

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right). \quad (3)$$

Для решения линейного неоднородного уравнения (1) применяют также *метод Бернулли* (другое название метода - *метод подстановки*).

Решение уравнения (1) будем искать в виде произведения двух неизвестных функций от x :

$$y(x) = u(x) \cdot v(x).$$

Вычисляя производную

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}.$$

и подставляя в исходное неоднородное уравнение (1), получим

$$u \left(\frac{dv}{dx} + P(x)v \right) + v \cdot \frac{du}{dx} = Q(x).$$

Так как u и v выбираются произвольно (они связаны лишь равенством $y = u \cdot v$), то выберем v из условия

$$\frac{dv}{dx} + P(x)v = 0. \quad (4)$$

Как уже было установлено, общим решением уравнения (4) является функция

$$v(x) = C e^{-\int P(x)dx},$$

где C – произвольная постоянная. Нам достаточно иметь какое-либо отличное от нуля частное решение, например при $C = 1$:

$$v(x) = e^{-\int P(x)dx}. \quad (5)$$

Таким образом, с учетом (4) и (5) уравнение

$$u \left(\frac{dv}{dx} + P(x)v \right) + v \cdot \frac{du}{dx} = Q(x)$$

запишется в виде

$$e^{-\int P(x)dx} \cdot \frac{du}{dx} = Q(x).$$

Отсюда

$$du = Q(x)e^{\int P(x)dx} dx$$

или

$$u(x) = \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + C. \quad (6)$$

Подставив (5) и (6) в функцию

$$y(x) = u(x) \cdot v(x),$$

окончательно получим:

$$y = e^{-\int P(x) dx} \left(\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + C \right).$$

То есть вновь получили формулу (3).

Задание 5.8. Понятие числового ряда. Необходимое условие сходимости рядов.

Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, Даламбера,

Коши. Используя признак Даламбера исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$.

Ответ: Пусть $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ – некоторая бесконечная последовательность чисел.

Выражение

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (1)$$

называется бесконечным числовым рядом, а сами числа $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ – членами ряда.

Суммы

$$S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \dots,$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n, \dots$$

называются частичными суммами ряда.

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называют сходящимся, если последовательность частичных сумм $\{S_n\}$

сходится к какому-нибудь числу S , то есть $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$. Число S называют суммой ряда (1).

Если же последовательность частичных сумм $\{S_n\}$ расходится, то есть если $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$,

или предел вовсе не существует, то ряд (1) называется расходящимся.

Рассмотрим необходимое условие сходимости рядов.

Теорема (Коши). Предел общего члена сходящегося ряда равен нулю. Иначе говоря,

если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Рассмотрим ряды, члены которых неотрицательны; для краткости такие ряды будем называть просто положительными.

Пусть ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

является положительным, то есть $a_n \geq 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Теорема (1-й признак сравнения). Пусть даны два ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (A) \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \quad (B)$$

такие, что $0 \leq a_n \leq b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots, K)$. Тогда из сходимости ряда (B) следует сходимость ряда (A), а из расходимости (A) следует расходимость (B).

Теорема (2-й признак сравнения). Если существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = K \quad (b_n \neq 0, \quad 0 < K < +\infty),$$

то из сходимости ряда (B), при $K < +\infty$, вытекает сходимость ряда (A), а из расходимости (B), при $K > 0$, вытекает расходимость (A). Таким образом, при конечном и отличном от нуля пределе K оба ряда сходятся или оба расходятся одновременно.

Теорема (Радикальный признак Коши). Если для ряда (A) существует предел (конечный или нет):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = c,$$

то при $c < 1$ ряд сходится, а при $c > 1$ ряд расходится. В случае, когда предел $c = 1$, признак Коши не дает возможности судить о поведении ряда.

Теорема (Признак Даламбера). Если для ряда (A) существует предел (конечный или нет):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = d,$$

то при $d < 1$ ряд сходится, а при $d > 1$ ряд расходится. Рассмотренный признак, как и признак Коши, ничего не дает, если оказывается, что предел $d = 1$.

Решение примера. Используя признак Даламбера исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}. \quad \text{Ответ: ряд сходится}$$

Задание 5.9. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Аналитические функции.

Ответ: Функция $w = f(z)$, определенная в окрестности точки z , называется дифференцируемой в точке z , если существует предел (конечный)

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z}$$

где $\Delta w = f(z + \Delta z) - f(z) = \Delta u + i\Delta v$ называется приращением функции w , соответствующим приращению $\Delta z \neq 0$ независимого переменного z , Δz произвольным образом стремится к нулю. Этот предел называется производной функции $w = f(z)$ в точке z и обозначается $f'(z)$.

Теорема. Необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции $w = f(z)$ в точке z является представление приращения Δw в этой точке в виде

$$\Delta w = A \cdot \Delta z + \varepsilon(z, \Delta z) \cdot \Delta z \quad (1)$$

где A – постоянная, не зависящая от Δz , и $\varepsilon(z, \Delta z) \rightarrow 0$ при $\Delta z \rightarrow 0$.

Дифференциалом функции $f(z)$ в точке z называется произведение $A \cdot \Delta z$, являющееся линейной по отношению к Δz и главной (при $A \neq 0$) частью приращения Δw в равенстве (1), и обозначается dw или $df(z)$, т.е.

$$dw = df(z) = A \cdot \Delta z.$$

Так как $A = f'(z)$ и $\Delta z = dz$ то

$$dw = f'(z) \cdot dz.$$

Пусть однозначная функция $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ определена в некоторой области D комплексной плоскости (z) .

Теорема. Для того чтобы функция $f(z)$ была дифференцируема в точке $z \in D$ как функция комплексного переменного, необходимо и достаточно, чтобы функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ были дифференцируемы в той же точке (как функции двух действительных переменных) и выполнялись условия Коши-Римана

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Однозначная функция $w = f(z)$, определенная в некоторой области D комплексной плоскости (z) , называется аналитической в области D , если она дифференцируема в каждой точке $z \in D$. Иначе говоря, аналитическая функция $f(z)$ дифференцируема в точке z и некоторой ее окрестности.

Теорема. Для того чтобы функция

$$w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y) \quad \text{была}$$

аналитической в области $D \subset (z)$, необходимо и достаточно, чтобы в этой области

функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ имели непрерывные частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$,

удовлетворяющие условиям Коши-Римана:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Теорема. Каждая функция $w = f(z)$, аналитическая в области $D \subset (z)$, имеет производные всех порядков в этой области, то есть бесконечно дифференцируема в D .

Задание 5.10. Преобразование Лапласа

Ответ: Функция $f(t)$ действительного переменного t называется функцией-оригиналом, если она удовлетворяет следующим трем условиям:

1⁰. При $t < 0$ функция $f(t) \equiv 0$.

2⁰. При $t \geq 0$ функция $f(t)$ на любом конечном отрезке $[a, b]$ оси t непрерывна за исключением, быть может, конечного числа точек разрыва первого рода.

3⁰. При $t \rightarrow \infty$ функция $f(t)$ имеет экспоненциальный порядок роста, то есть существуют такие положительные постоянные M и σ , что для всех $t > 0$

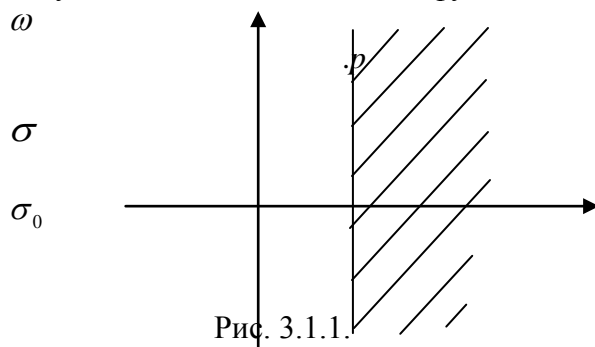
$$|f(t)| \leq M e^{\sigma t}. \quad (1)$$

Точная нижняя грань σ_0 тех значений σ , для которых имеет место неравенство (1), называется показателем степени роста функции $f(t)$.

Преобразованием Лапласа заданной функции $f(t)$ действительного переменного t с ядром e^{-pt} называется преобразование, ставящее в соответствие функции $f(t)$ функцию $F(p)$ комплексного переменного $p = \sigma + i\omega$ с помощью интеграла

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt. \quad (2)$$

Теорема. Если $f(t)$ является функцией-оригиналом с показателем роста σ_0 , то функция $F(p)$, определяемая преобразованием (2), существует при $\operatorname{Re} p > \sigma_0$ и является в этой полуплоскости аналитической функцией.



Определение. Функция $F(p)$, определенная через функцию $f(t)$ с помощью преобразования (2), называется изображением Лапласа функции $f(t)$; а функция $f(t)$ – оригиналом функции $F(p)$.

Связь функций $f(t)$ и $F(p)$ будет символически обозначаться следующим образом:

$$f(t) \stackrel{\bullet}{=} F(p), \text{ или } F(p) \stackrel{\bullet}{=} f(t), \text{ или } F(p) = L(f(t); p).$$

Определение. Процесс нахождения изображения для заданного оригинала и обратно, нахождение оригинала по известному изображению называется операционным исчислением.

Теорема (теорема единственности). Если две непрерывные функции $f(t)$ и $g(t)$ имеют одно и то же изображение $F(p)$, то они тождественно равны.

Задание 6

Задание 6.1. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$y''' + 2y'' + 4y' + 3y = 7x'' + 5x' + 4x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{7p^2 + 5p + 4}{p^3 + 2p^2 + 4p + 3}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(p^3 + 2p^2 + 4p + 3) = X(p)(7p^2 + 5p + 4).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{7p^2 + 5p + 4}{p^3 + 2p^2 + 4p + 3}.$$

Задание 6.2. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$y''' + 3y'' + 7y' + y = 9x'' + 13x' + 3x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{9p^2 + 13p + 3}{p^3 + 3p^2 + 7p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(p^3 + 3p^2 + 7p + 1) = X(p)(9p^2 + 13p + 3).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{9p^2 + 13p + 3}{p^3 + 3p^2 + 7p + 1}.$$

Задание 6.3. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$5y''' + 6y'' + 2y' + y = 14x'' + 3x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{14p^2 + 3p + 1}{5p^3 + 6p^2 + 2p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(5p^3 + 6p^2 + 2p + 1) = X(p)(14p^2 + 3p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{14p^2 + 3p + 1}{5p^3 + 6p^2 + 2p + 1}.$$

Задание 6.4. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$3y''' + 2y'' + y' + 3y = 6x'' + 5x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{6p^2 + 5p + 1}{3p^3 + 2p^2 + p + 3}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(3p^3 + 2p^2 + p + 3) = X(p)(6p^2 + 5p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{6p^2 + 5p + 1}{3p^3 + 2p^2 + p + 3}.$$

Задание 6.5. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$8y''' + y'' + 4y' + y = 4x'' + 5x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{4p^2 + 5p + 1}{8p^3 + p^2 + 4p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(8p^3 + p^2 + 4p + 1) = X(p)(4p^2 + 5p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{4p^2 + 5p + 1}{8p^3 + p^2 + 4p + 1}.$$

Задание 6.6. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$4y''' + 3y'' + 7y' + y = 8x'' + 3x' + 2x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{8p^2 + 3p + 2}{4p^3 + 3p^2 + 7p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(4p^3 + 3p^2 + 7p + 1) = X(p)(8p^2 + 3p + 2).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{8p^2 + 3p + 2}{4p^3 + 3p^2 + 7p + 1}.$$

Задание 6.7. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$9y''' + 3y'' + 2y' + y = 15x'' + 2x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{15p^2 + 2p + 1}{9p^3 + 3p^2 + 2p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(9p^3 + 3p^2 + 2p + 1) = X(p)(15p^2 + 2p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{15p^2 + 2p + 1}{9p^3 + 3p^2 + 2p + 1}.$$

Задание 6.8. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$17y''' + 11y'' + 3y' + y = 3x'' + 7x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{3p^2 + 7p + 1}{17p^3 + 11p^2 + 3p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(17p^3 + 11p^2 + 3p + 1) = X(p)(3p^2 + 7p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{3p^2 + 7p + 1}{17p^3 + 11p^2 + 3p + 1}.$$

Задание 6.9. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$3y''' + y'' + 6y' + y = 7x'' + 2x' + x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{7p^2 + 2p + 1}{3p^3 + p^2 + 6p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(3p^3 + p^2 + 6p + 1) = X(p)(7p^2 + 2p + 1).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{7p^2 + 2p + 1}{3p^3 + p^2 + 6p + 1}.$$

Задание 6.10. Определить передаточную функцию в операторной форме системы управления, которая описывается следующим дифференциальным уравнением (у – выход, х – вход):

$$5y''' + 2y'' + 7y' + y = 45x'' + 2x' + 3x \quad \text{Ответ: } W(p) = \frac{45p^2 + 2p + 3}{5p^3 + 2p^2 + 7p + 1}$$

Решение:

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению, получим:

$$Y(p)(5p^3 + 2p^2 + 7p + 1) = X(p)(45p^2 + 2p + 3).$$

Отсюда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{45p^2 + 2p + 3}{5p^3 + 2p^2 + 7p + 1}.$$

Задание 7.

Задание 7.1. Какова скорость вращения ротора синхронного генератора при установившемся режиме, если частота $f = 50$ Гц, а число пар полюсов равно двум?

Ответ: Скорость вращения электрических машин обычно выражают в оборотах в минуту. Скорость вращения ротора генератора определяет частоту генерируемого тока, а при заданной частоте тока, зависит от количества полюсов машины. Для определения скорости, применяют формулу:

$$n = 60 \times f / p$$

где n - скорость в об/мин;

f - частота генерируемой ЭДС;

p - число пар полюсов;

60 - коэффициент перевода секунд ($1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$, $60 \text{ 1/с} = 1/\text{мин}$)

Если в генераторе 2 пары полюсов, то для получения частоты 50 Гц, скорость вращения ротора была равна:

$$n_2 = 60 \times f / p = 60 \times 50 / 2 = 1500 \text{ об / мин}$$

При заданной частоте тока, чем больше полюсов в машине, тем меньше скорость вращения ротора.

Задание 7.2. Выбор РПН двухобмоточного трансформатора

Ответ: При определении уровня напряжения на вторичных шинах трансформатора используется схема замещения.

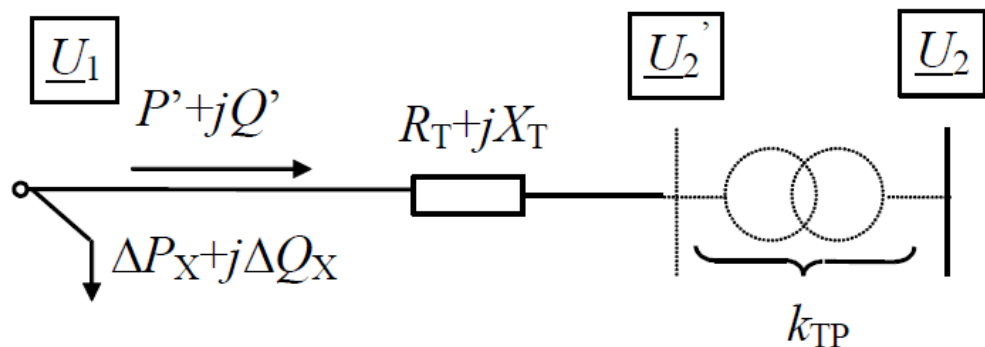


Схема замещения двухобмоточного трансформатора

Согласно схеме замещения при известном напряжении \underline{U}_1 напряжение \underline{U}_2 определяется по выражению

$$\underline{U}_2' = \underline{U}_1 - \Delta \underline{U}' - j\delta \underline{U}'$$

И является приведенным к напряжению ВН.

Для того чтобы определить действительное напряжение \underline{U}_2 , необходимо полученное значение \underline{U}_2' разделить на коэффициент трансформации, то есть

$$\underline{U}_2^{(н)} = \frac{\underline{U}_2'}{k_{тр}^{(н)'}}$$

где n соответствует реальному режиму работы переключающего устройства трансформатора.

Коэффициент трансформации с учетом регулировочной обмотки определится формулой

$$k_{\text{тр}}^{(n)} = \frac{U_1^{(n)}}{U_2}, \quad (1.3)$$

где $U_1^{(n)}$ - напряжение регулировочного ответвления обмотки ВН, которое, в свою очередь определяется выражением:

$$U_1^{(n)} = U_{1\text{ном}} \left(1 + \frac{\Delta K\% \cdot n}{100\%} \right),$$

где $\Delta K\%$ - степень регулирования напряжения; n - номер ответвления с учетом знака «плюс» или «минус».

Тогда напряжение на вторичных шинах трансформатора, приведенное к своей ступени напряжения, с учетом регулирования определится по выражению:

$$\frac{U_2^{(n)}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{U'_2 U_{2\text{ном}}}{U_{1\text{ном}} \left(1 + \frac{\Delta K\% \cdot n}{100\%} \right)}$$

В практической деятельности инженера-электрика достаточно часто приходится решать задачу выбора ответвления РПН (или ПБВ) для поддержания заданного напряжения на вторичных выводах трансформатора. Задача легко решается преобразованием выражения относительно номера ответвления:

$$n = \frac{100\%}{\Delta K\%} \left(\frac{U'_2 U_{2\text{ном}}}{U_{2\text{жс}} U_{1\text{ном}}} - 1 \right),$$

где $U_{2\text{жс}}$ - желаемое напряжение на выводах вторичной обмотки трансформатора

Вычисление значения n (для соответствующих режимов) округляются до ближайшего целого числа.

Задание 7.3. Что называется коэффициентом выгоды автотрансформатора?

Ответ: В отличие от трансформатора, где вся мощность с первичной обмотки ВН передается на вторичную обмотку СН магнитным полем, в автотрансформаторе часть мощности передается непосредственно – без трансформации, через электрическую связь между последовательной и общей обмотками (электрическая мощность), а также магнитным путем (трансформаторная мощность). Понижающие АТ оказываются дешевле трансформаторов равной номинальной мощности, а применение их взамен становится тем выгоднее, чем ближе друг к другу напряжения ВН и СН.

Мощность общей части обмоток автотрансформатора:

$$\begin{aligned} S_{\text{общ}} &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{СН}} \cdot (I_{\text{СН}} - I_{\text{ВН}}) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ВН}} \cdot I_{\text{ВН}} \cdot \left(\frac{I_{\text{СН}}}{I_{\text{ВН}}} - 1 \right) \cdot \frac{U_{\text{СН}}}{U_{\text{ВН}}} = \\ &= S_{\text{ном}} \cdot (k - 1) \cdot \frac{1}{k} = S_{\text{ном}} \cdot \left(1 - \frac{1}{k} \right) = S_{\text{ном}} \cdot \alpha_{\text{в}}, \end{aligned}$$

где так называемый коэффициент выгоды:

$$\alpha_{\text{в}} = \left(1 - \frac{1}{k} \right) = 1 - \frac{U_{\text{СН}}}{U_{\text{ВН}}}$$

Для характеристики автотрансформаторов введено также понятие типовой мощности, на которую рассчитывается последовательная обмотка:

$$S_{\text{послед}} = S_{\text{тип}} = \sqrt{3} \cdot (U_{\text{ВН}} - U_{\text{СН}}) \cdot I_{\text{ВН}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ВН}} \cdot I_{\text{ВН}} \cdot \left(1 - \frac{U_{\text{СН}}}{U_{\text{ВН}}} \right) =$$

$$= S_{\text{ном}} \cdot \left(1 - \frac{1}{k}\right) = S_{\text{ном}} \cdot \alpha, \text{ т. е. } S_{\text{общ}} = S_{\text{посл}} = S_{\text{тип}}.$$

Типовая мощность отражает экономическую сторону конструкции АТ, т. е. расход активных материалов. Различие технико-экономических показателей Т и АТ зависит от соотношения между номинальной и типовой (расчетной) мощностями, т. е. от коэффициента выгоды α_E . Поскольку

$$\alpha_E = \frac{S_{\text{тип}}}{S_{\text{ном}}} = 1 - \frac{U_{\text{сн}}}{U_{\text{вн}}} = \frac{U_{\text{вн}} - U_{\text{сн}}}{U_{\text{вн}}},$$

то очевидно, что преимущество автотрансформатора проявляются в большей степени тогда, когда с его помощью связываются сети более близких номинальных напряжений.

Задание 7.4. Тангенс угла диэлектрических потерь – это

Ответ: это характеристика, позволяющая определить потери мощности (диэлектрические потери) в изоляционном материале, работающем в переменном электрическом поле ($\text{tg}\delta$).

$\text{tg}\delta$ изоляционного материала зависит от ряда внешних факторов, например, от температуры материала и частоты электрического поля. Значения $\text{tg}\delta$ электроизоляционных материалов меньше единицы и зависят от типа диэлектрика. Так, у газообразных диэлектриков $\text{tg}\delta = 10^{-6} - 10^{-4}$, диэлектриков с высоким удельным сопротивлением $\text{tg}\delta = (2 - 6) \cdot 10^{-4}$, остальных $\text{tg}\delta = 0,001 - 0,1$.

Задание 7.5. Что такое напряжение короткого замыкания трансформатора?

Ответ: Короткое замыкание трансформатора в условиях эксплуатации создает аварийный режим, так как вторичный ток, а следовательно, и первичный увеличиваются в несколько десятков раз по сравнению с номинальным. Поэтому в цепях с трансформаторами предусматривают защиту, которая при коротком замыкании автоматически отключает трансформатор.

В лабораторных условиях можно провести испытательное короткое замыкание трансформатора, при котором накоротко замыкают зажимы вторичной обмотки, а к первичной подводят такое напряжение U_k , при котором ток в первичной обмотке не превышает номинального значения. Напряжение КЗ определяют по падению напряжения в трансформаторе, оно характеризует полное сопротивление обмоток трансформатора.

Напряжение короткого замыкания u_k — это напряжение, при подведении которого к одной из обмоток трансформатора при замкнутой накоротко другой обмотке в ней проходит ток, равный номинальному.

$$u_k = \frac{U_k \cdot 100}{U_{1\text{ном}}}$$

Задание 7.6. Что включает в себя система собственных нужд электростанции

Ответ: Потребители С.Н.: Состав электроприемников СН определяется исходя из типа подстанции, мощности устройств, используемого топлива и пр.

В общем случае к потребителям собственных нужд относят:

- системы и механизмы охлаждения силовых трансформаторов (автотрансформаторов);
- приспособления, необходимые для регулирования напряжения силового трансформатора под нагрузкой;
- оперативные цепи выпрямленного постоянного, переменного тока;
- зарядные, подзарядные агрегаты для аккумуляторных батарей;
- устройства связи, сигнализации и телемеханики;
- все виды освещения: аварийное, наружное, внутреннее, охранное;
- узлы и детали систем смазки подшипников СК;
- водородные установки;
- насосные агрегаты, обеспечивающие работу систем пожаротушения, технического и хозяйственного водоснабжения;
- системы автоматики и компрессии воздушных выключателей;
- оперативные цепи выпрямленного постоянного, переменного тока;
- зарядные, подзарядные агрегаты для аккумуляторных батарей;
- устройства связи, сигнализации и телемеханики;
- все виды освещения: аварийное, наружное, внутреннее, охранное;
- узлы и детали систем смазки подшипников СК;
- водородные установки;
- насосные агрегаты, обеспечивающие работу систем пожаротушения, технического и хозяйственного водоснабжения;
- системы автоматики и компрессии воздушных выключателей;

При выборе схем электрических соединений собственных нужд подстанций предусматриваются меры, повышающие их надежность: установка на подстанции не менее двух трансформаторов собственных нужд (обычно не больше 560 или 630 кВА), секционирование шин собственных нужд, применение автоматического ввода резерва (АВР) на секционном выключателе, резервирование со стороны высшего напряжения

Задание 7.7. Перечислите условия выбора и проверки силового высоковольтного выключателя.

Ответ: В соответствии с ГОСТ 687-78 выключатели выбираются по следующим условиям:

$$U_{\text{ном}} \geq U_{\text{с.ном}};$$

$$I_{\text{ном}} \geq I_{\text{ном,расч}};$$

$$K_n I_{\text{ном}} \geq I_{\text{упжс}}$$

где $U_{\text{ном}}$ — номинальное напряжение выключателя, кВ; $U_{\text{с.ном}}$ — номинальное напряжение сети, в которой устанавливается выключатель, кВ; $I_{\text{ном}}$ — номинальный ток выключателя, кА; $I_{\text{ном,расч}}$ — расчетный ток нормального режима, кА; K_n — нормированный коэффициент возможной перегрузки выключателя при продолжительном режиме его работы; $I_{\text{упжс}}$ — расчетный ток продолжительного (напряженного) режима, кА.

После этого выполняется проверка на симметричный ток отключения по условию

$$I_{\text{откл.ном}} \geq I_{\text{п.т}}$$

где $I_{\text{откл.ном}}$ — номинальный ток отключения выключателя, кА; $I_{\text{п.т}}$ — периодическая составляющая тока КЗ в момент начала расхождения дугогасительных контактов выключателя, кА.

Возможность отключения апериодической составляющей тока КЗ определяется из соотношения

$$i_{\text{а.ном}} \geq i_{\text{ат}}$$

где i_{a1} — аperiodическая составляющая тока КЗ в момент начала расхождения дугогасительных контактов выключателя, кА.

Затем выбранный выключатель проверяется по включающей способности по условиям

$$I_{\text{вкл.ном}} \geq I_{\text{н.0}};$$

$$i_{\text{вкл.ном}} \geq i_{\text{уд}} = K_{\text{уд}} \sqrt{2} I_{\text{н.0}},$$

где $I_{\text{вкл}}$ — начальное действующее значение периодической составляющей номинального тока включения, кА; $I_{\text{н.0}}$ — начальное действующее значение периодической составляющей тока КЗ, кА; $i_{\text{вкл}}$ — наибольшее мгновенное значение номинального тока включения, кА; $i_{\text{уд}}$ — ударный ток КЗ, кА; $K_{\text{уд}}$ — ударный коэффициент.

Электродинамическая стойкость выключателя проверяется по предельным сквозным токам КЗ:

$$I_{\text{пр.скв}} \geq I_{\text{н.0}};$$

$$i_{\text{пр.скв}} \geq i_{\text{уд}}.$$

где $I_{\text{пр.скв}}$ — начальное действующее значение периодической составляющей предельного сквозного тока, кА; $i_{\text{пр.скв}}$ — наибольшее мгновенное значение предельного сквозного тока, кА (по каталогу)

$$i_{\text{пр.скв}} = K_{\text{уд}} \sqrt{2} I_{\text{пр.скв}} = \sqrt{2} \cdot 1,8 I_{\text{пр.скв}} = 2,55 I_{\text{пр.скв}}.$$

Условие проверки выключателя на термическую стойкость зависит от соотношения между $t_{\text{мер}}$ — предельно допустимым временем воздействия нормированного тока термической стойкости и расчетным временем отключения выключателя

$t_{\text{откл}}$, определяющим длительность термического воздействия токов КЗ на выключатель. Если $t_{\text{мер}} \geq t_{\text{откл}}$ (наиболее частый случай), то условие проверки выключателя на термическую стойкость имеет вид

$$I_{\text{мер}}^2 t_{\text{откл}} \geq B_{\text{к}},$$

где $I_{\text{мер}}$ — номинальный ток термической стойкости выключателя (по каталогу, равный, как правило, $I_{\text{откл.ном}}$), кА; $B_{\text{к}}$ — интеграл Джоуля с пределами интегрирования от нуля до $t_{\text{откл}}$, $\text{кА}^2 \cdot \text{с}$.

Если $t_{\text{мер}} \leq t_{\text{откл}}$, то условие проверки выключателя на термическую стойкость имеет вид

$$I_{\text{мер}}^2 t_{\text{мер}} \geq B_{\text{к}}.$$

Задание 7.8. Что такое время наибольших потерь электроэнергии?

Ответ: это время наибольших потерь τ , в течение которого при пропускании по сети наибольшей неизменной нагрузки получают те же потери электроэнергии, что и при переменной нагрузке в соответствии с действительным графиком нагрузки за рассматриваемый период T .

$$\Delta W = 3 I_{\text{нб}}^2 R \tau$$

$$\tau = \frac{\int_0^T I^2(t) dt}{I_{\text{нб}}^2} = \frac{\int_0^T S^2(t) dt}{S_{\text{нб}}^2}$$

$$\tau = (0,124 + T_{\text{нбд}} \cdot 10^{-4})^2 \cdot 8760$$

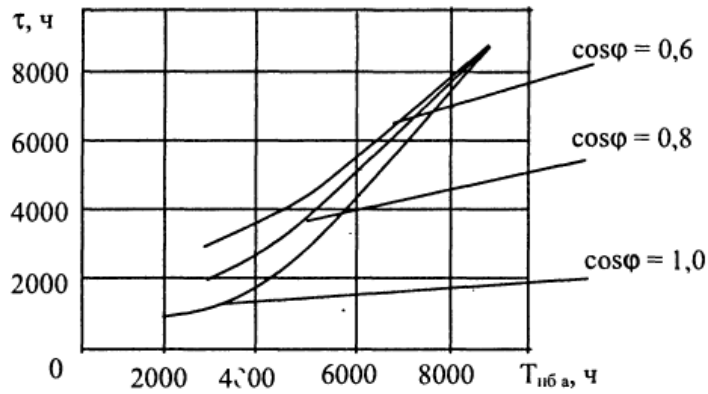


Рис. 1. Зависимости времени наибольших потерь от времени использования наибольшей нагрузки

Задание 7.9. От каких параметров зависит экономическая плотность тока?

Ответ: Согласно ПУЭ, экономическая плотность тока выбирается исходя из нескольких критериев: в зависимости от того, какой металл провода используется (медь или алюминий), какая будет изоляция (резина, ПВХ, комбинированная) и будет ли она вообще, сколько часов придется на максимум нагрузки, - выбирается экономическая плотность тока. Для этого есть таблица. А экономическое сечение, исходя из определенной плотности тока, можно легко найти по формуле:

$$F_{\text{эк}} = \frac{I}{j_{\text{эк}}}$$

Так выбирают сечения для ЛЭП с напряжением от 35 до 220 кВ.

Для линии с несколькими разными нагрузками принимают в расчет тот факт, что на каждом участке линии должна быть своя экономическая плотность тока, и делают сечение либо одинаковым на всей линии, либо на каждом участке свое. Опять же для каждого участка используют формулу:

$$F_1 = \frac{I_1}{j_{\text{эк}}}; F_2 = \frac{I_2}{j_{\text{эк}}} \text{ и т.д.}$$

Таблица 1.3.36. Экономическая плотность тока

Проводники	Экономическая плотность тока, А/мм ² , при числе часов использования максимума нагрузки в год		
	более 1000 до 3000	более 3000 до 5000	более 5000
Неизолированные провода и шины:			
медные	2,5	2,1	1,8
алюминиевые	1,3	1,1	1,0
Кабели с бумажной и провода с резиновой и поливинилхлоридной изоляцией с жилами:			
медными	3,0	2,5	2,0

алюминиевыми	1,6	1,4	1,2
Кабели с резиновой и пластмассовой изоляцией с жилами:			
медными	3,5	3,1	2,7
алюминиевыми	1,9	1,7	1,6

Задание 7.10. Каковы причины возникновения перенапряжений в электрической сети?

Ответ: Причины возникновения перенапряжений в электрической сети.

- **Классификация внешних перенапряжений**

Главным источником внешних перенапряжений в высоковольтных электрических сетях являются грозовые разряды. Возможно также появление внешних перенапряжений от электромагнитных бурь (электромагнитный импульс).



- **Классификация внутренних перенапряжений**

Внутренние перенапряжения в зависимости от длительности воздействия на изоляцию подразделяются на стационарные, квазистационарные и коммутационные.

- 1) Стационарные и квазистационарные перенапряжения

Под стационарными перенапряжениями следует понимать длительные повышения напряжения, превышающие наибольшие фазные напряжения сети. Стационарные перенапряжения могут существовать в разных режимах работы сети и поддерживаться в случае необходимости для обеспечения требуемых уровней напряжения в других точках при максимальной или минимальной нагрузке. Они могут длительно наблюдаться у потребителей в режиме минимальной нагрузки при недостаточной пропускной способности сети, а на стороне питания — в режиме передачи максимальной мощности. Квазистационарные перенапряжения возникают при неблагоприятных сочетаниях параметров сети и продолжаются до тех пор, пока такие сочетания существуют. В самом деле, длительность этих перенапряжений (секунда — десятки минут) ограничивается временем действия релейной защиты или оперативным персоналом. Наиболее часто они возникают в несимметричных режимах: при однофазных или двухфазных коротких замыканиях на землю, разбросе действия или отказе фаз выключателя.



2) Коммутационные перенапряжения

Коммутационные перенапряжения возникают при всевозможных быстрых изменениях режимов работы сети. Они происходят вследствие работы коммутационных аппаратов (включение и отключение элементов сети), пробоях изоляции (в том числе при повторных зажиганиях дуги), а также при резком изменении параметров нелинейных элементов.



Задание 8.

Задание 8.1. Типы электростанций и их классификация.

Ответ: Основным назначением электрических станций является выработка электрической энергии для снабжения ею промышленного и сельскохозяйственного производства, коммунального хозяйства и транспорта. Часто электростанции обеспечивают также предприятия и жилые здания паром и горячей водой. Тепловые электрические станции (ТЭС), предназначенные только для выработки электроэнергии, называют конденсационными электрическими станциями (КЭС). Электростанции, предназначенные для комбинированного производства электрической и тепловой энергии, на которых отработанный пар наряду с выработкой электроэнергии используется для теплоснабжения, называют теплоэлектроцентралями (ТЭЦ). На атомных электростанциях (АЭС), так же как на электростанциях, работающих на органическом топливе, осуществляются процессы превращения тепловой энергии в электрическую. Различие между процессами, происходящими на ТЭС и АЭС лишь в том, что в одном случае тепловая энергия выделяется при распаде ядер тяжелых элементов (используемых в качестве топлива), а в другом – в процессе сгорания топлива.

Задание 8.2. Графики электрических и тепловых нагрузок, их показатели.

Ответ: График электрической нагрузки – это графическое изображение электропотребления от времени. Особенностью работы электростанций является то, что общее количество электрической энергии, вырабатываемой ими в каждый момент времени, почти полностью соответствует потребляемой энергии. Суммарная электрическая нагрузка промышленного района складывается из нагрузки, связанной с обеспечением потребителя электроэнергией для производственных целей, привода двигателей железнодорожного и городского транспорта, и нагрузки, связанной с расходом энергии на освещение и бытовые нужды. Составляющие суммарной нагрузки изменяются как в течение суток, так и в течение года.

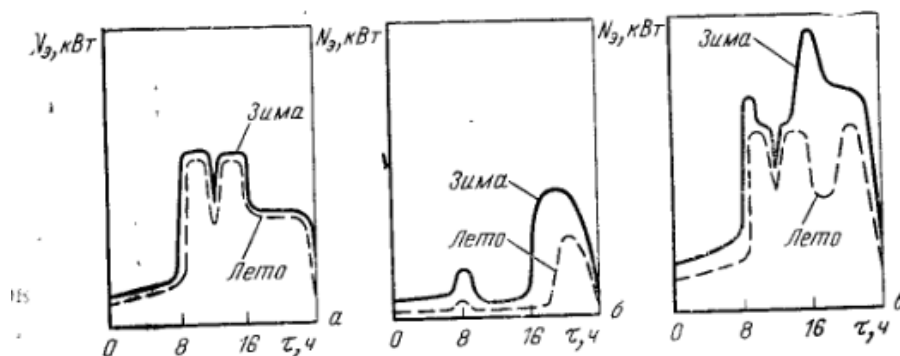


Рис. 1.1. Суточные графики электрической нагрузки.
а – промышленной; б – осветительно-бытовой; в – суммарной.

Графики электрических нагрузок используются при планировании электрических нагрузок электростанций и систем, распределении нагрузок между отдельными электростанциями и агрегатами, в расчетах по выбору состава рабочего и резервного оборудования и др.

Для оценки напряженности работы электростанции и того, как используется основное оборудование, вводится коэффициент установленной мощности станции $\mu_{уст}$:

$$\mu_{уст} = \frac{E_{год}}{N_{э,уст} \tau_r}$$

где $\mathcal{E}_{\text{год}}$ – количество выработанной энергии в течение года, $N_{\text{э,уст}}$ – количество энергии, которое могло быть выработано за тот же период при работе электростанции с установленной мощностью, τ_r – число часов в году (8760 ч).

Работа электростанции так же характеризуется числом часов использования установленной мощности в год:

$$\tau_{\text{уст}} = \mathcal{E}_{\text{год}} / N_{\text{э,уст}}$$

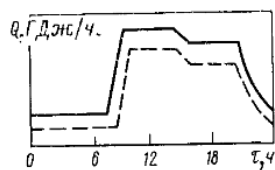


Рис. 1.7. График суточной тепловой нагрузки предприятий.
— лето; — зима.

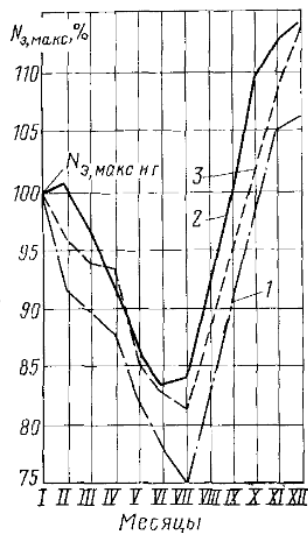


Рис. 1.5. Годовые графики месячных максимумов электрических нагрузок энергосистемы Центра.
1—3 — изменения $N_{\text{э, макс}}$ для трех лет, следующих один за другим ($N_{\text{э, макс, н.г}}$ — месячная максимальная нагрузка к началу года).

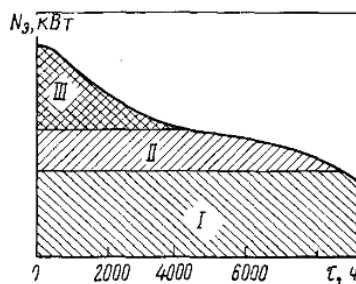


Рис. 1.6. График годовых электрических нагрузок по продолжительности.
I — базовая нагрузка; II — промежуточная нагрузка; III — пиковая нагрузка.

Тепловая нагрузка электростанции, определяемая расходом тепла на производственные процессы и бытовые нужды, практически не зависит от температуры наружной температуры воздуха. Однако летом эта нагрузка несколько меньше, чем зимой. Как и графики электрической нагрузки, графики тепловой изменяются как в течение суток, так и в течение года.

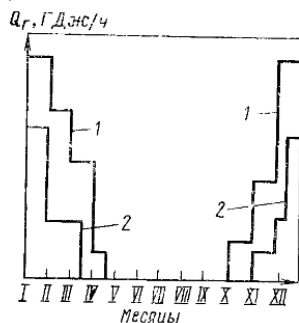


Рис. 1.9. Годовой график отопительной нагрузки.
1 — максимальные значения Q ;
2 — минимальные значения Q .

ниже числа часов использования максимума электрической нагрузки.

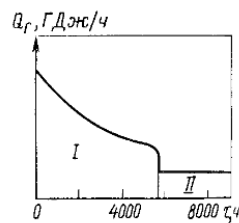


Рис. 1.10. Суммарный годовой график тепловой нагрузки по продолжительности.
I — отопительный период; II — летний период.

Число часов использования максимума годовой тепловой нагрузки определяется из соотношения:

$$\tau_{\text{max}} = Q_{\text{г}} / Q_{\text{max}}$$

где $Q_{\text{г}}$ – общее количество тепла, отпущенное станцией в течение года, ГДж/год; Q_{max} – максимальная тепловая нагрузка, ГДж/ч.

Задание 8.3. Принципиальные тепловые схемы конденсационных электростанций (КЭС), работающих на органическом топливе.

Ответ: КЭС большой мощности строятся на высокие начальные параметры пара и низкое конечное давление (высокий вакуум). Это позволяет уменьшить расход тепла на единицу выработанной электроэнергии, так как чем выше начальные параметры p_0 и t_0 перед турбиной и ниже конечное давление пара p_k , тем выше КПД установки.

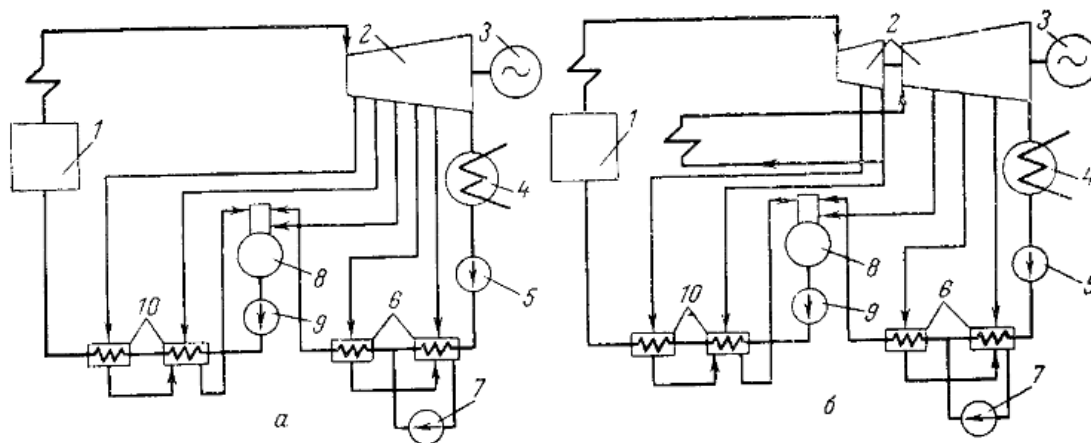
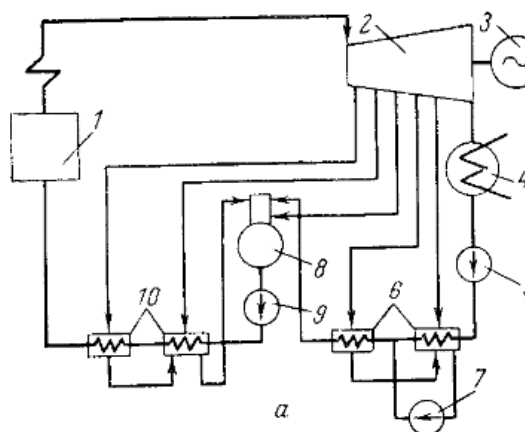


Рис. 2.1. Типичные тепловые схемы паротурбинных конденсационных установок на органическом топливе без промежуточного перегрева пара (а) и с промежуточным перегревом (б).

Как известно, тепловая экономичность схемы с промежуточным перегревом пара при одних и тех же начальных и конечных параметрах и правильном выборе параметров промежуточного перегрева (промперегрева) выше.

Задание 8.4. Принципиальная тепловая схема КЭС на органическом топливе без промежуточного перегрева пара.

Ответ: КЭС большой мощности строятся на высокие начальные параметры пара и низкое конечное давление (высокий вакуум). Это позволяет уменьшить расход тепла на единицу выработанной электроэнергии, так как чем выше начальные параметры p_0 и t_0 перед турбиной и ниже конечное давление пара p_k , тем выше КПД установки.

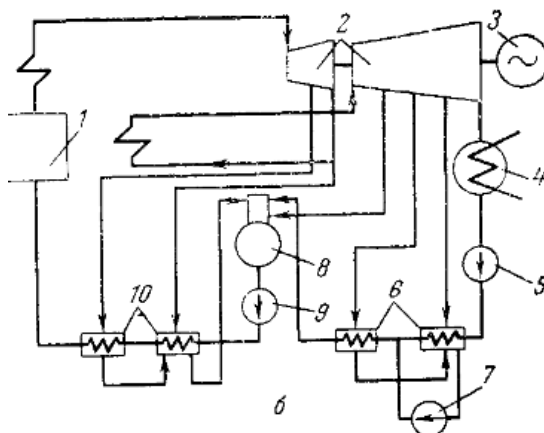


Как известно, тепловая экономичность схемы без промежуточным перегревом пара при одних и тех же начальных и конечных параметрах и правильном выборе параметров промежуточного перегрева (промперегрева) ниже, чем схемы с промперегревом.

Задание 8.5. Принципиальная тепловая схема КЭС на органическом топливе с промежуточным перегревом пара.

Ответ: КЭС большой мощности строятся на высокие начальные параметры пара и низкое конечное давление (высокий вакуум). Это позволяет уменьшить расход тепла на

единицу выработанной электроэнергии, так как чем выше начальные параметры p_0 и t_0 перед турбиной и ниже конечное давление пара p_k , тем выше КПД установки.



Как известно, тепловая экономичность схемы с промежуточным перегревом пара при одних и тех же начальных и конечных параметрах и правильном выборе параметров промежуточного перегрева (промперегрева) выше.

Задание 8.6. Принципиальная тепловая схема ТЭЦ на органическом топливе с турбиной с регулируемым отбором пара.

Ответ: На установках с турбинами конденсационного типа, имеющими регулируемые отборы (см. рис.2.5,б), выработка электрической энергии и отпуск тепла могут изменяться в достаточно широких пределах независимо друг от друга. При этом номинальная электрическая мощность, если это требуется, может быть достигнута в отсутствие тепловой нагрузки. Турбины такого типа имеют обычно один, два или даже три регулируемых отбора. При одном регулируемом отборе отводимый из турбины пар может поступать на производственные нужды (турбины типа П) или на теплофикацию (турбины типа Т). При двух регулируемых отборах либо оба отбора являются теплофикационными (турбины типа Т), либо один из них является производственным, а другой – теплофикационным (турбины типа ПТ). Имеются также установки с одним производственным и двумя теплофикационными отборами.

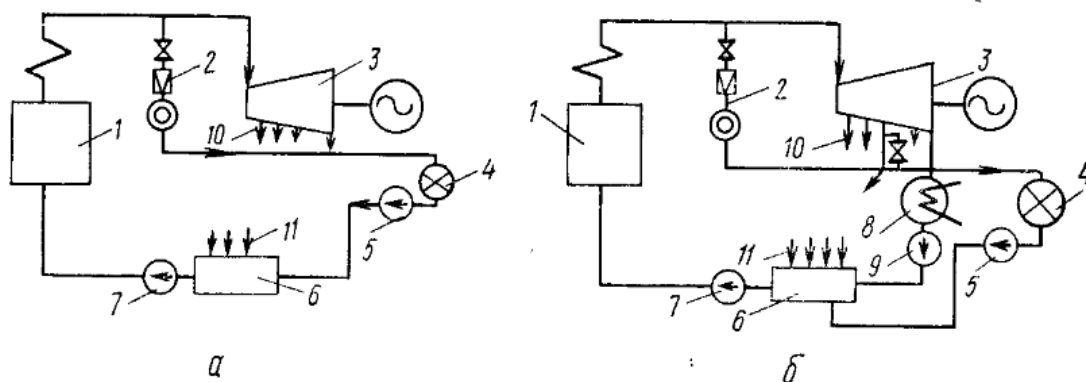


Рис. 2.5. Тепловые схемы ТЭЦ на органическом топливе с турбиной с противодавлением (а) и с турбиной с регулируемым отбором (б).

1 — паровой котел; 2 — РОУ; 3 — турбогенератор; 4 — тепловой потребитель; 5 — обратный конденсатный насос; 6 — регенеративные подогреватели; 7 — питательный насос; 8 — конденсатор; 9 — конденсатный насос; 10 — пар на регенеративный подогрев; 11 — пар от отбора.

Задание 8.7. Показатели тепловой экономичности КЭС и теплоэлектростанции (ТЭЦ).

Ответ: Тепловая экономичность КЭС характеризуется значениями КПД удельного расхода тепла и удельного расхода условного топлива или значением удельного расхода ядерного топлива на АЭС. При этом обычных ТЭС удельный расход условного топлива является основным показателем. Как известно, в основе цикла паротурбинной установки лежит цикл Ренкина. На рис. 3.1 показаны схема простейшей паротурбинной установки и циклы Ренкина для нее при работе на насыщенном и перегретом паре. Из общего выражения, определяющего термический КПД,

$$\eta_t = (q_0 - q_k) / q_0 \quad (3.1)$$

для простейшей установки, работающей по идеальному циклу Ренкина, получаем

$$\eta_t = \frac{(i_0 - i_{п.в.}) - (i_{к.а.}^H - i_k)}{i_0 - i_{п.в.}} \quad (3.2)$$

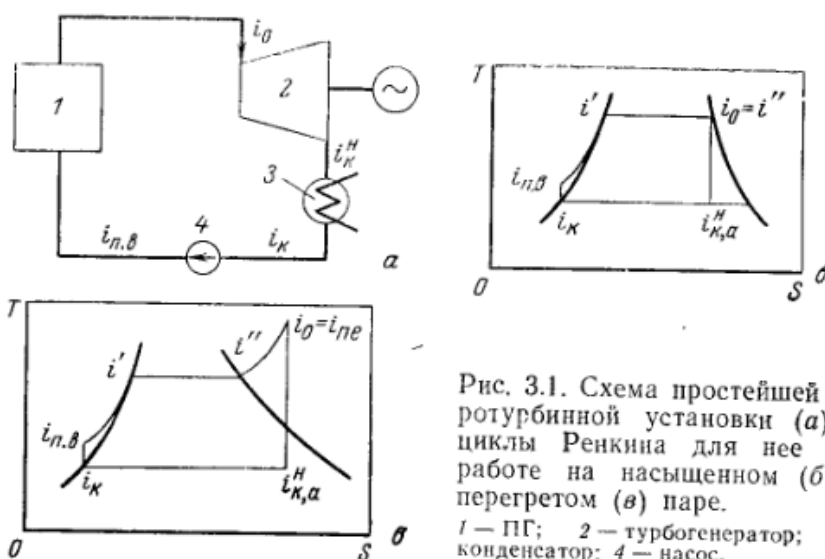


Рис. 3.1. Схема простейшей паротурбинной установки (а) и циклы Ренкина для нее при работе на насыщенном (б) и перегретом (в) паре.
1 — ПГ; 2 — турбогенератор; 3 — конденсатор; 4 — насос.

где q_0, q_k - количество тепла, подведенного к 1 кг пара в котле или реакторе и отведенного от него в конденсаторе соответственно, кДж/кг; $i_k, i_{п.в.}$ - энтальпия воды на выходе из конденсатора и после насоса соответственно, кДж/кг; $i_0, i_{п.в.}^H$ — энтальпия пара перед турбиной и на входе в конденсатор при адиабатическом расширении в турбине, кДж/кг.

На рис. 3.2 изображен рабочий процесс пара в турбине i - s -диаграмме. Из рисунка видно, что разность $i_0 - i_{к.а.}^H$ в уравнении (3.3) представляет собой располагаемый (адиабатический) перепад энтальпии H_a . Разность энтальпий $i_{п.в.} - i_k$ в рассматриваемых условиях выражает затраты энергии в насосе, отнесенные к 1 кг воды при ее адиабатическом сжатии.

Таким образом, термический КПД может быть определен из зависимости

$$\eta_t = (H_a - H_{a,n}) / q_0 \quad (3.4)$$

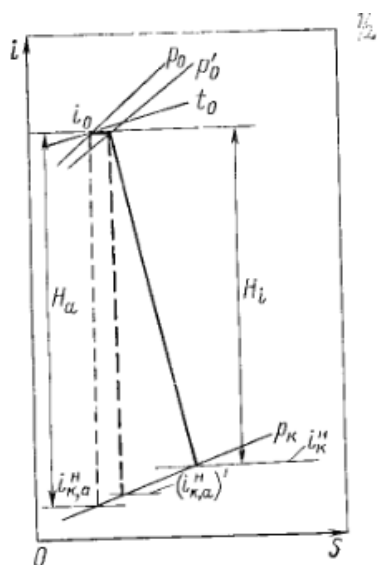


Рис. 3.2. Рабочий процесс пара в турбине в i — s -диаграмме.

Термический КПД оценивает эффективность идеального цикла (когда используется весь располагаемый перепад энтальпии). В реальных условиях из-за потерь энергии потоком в проточной части турбины во входных и регулирующих устройствах, с выходной скоростью, а также из-за протечек пара через уплотнения используется лишь часть этого перепада (см. рис. 3.2).

Отношения использованного перепада энтальпии H_i к располагаемому H_a или внутренней работе 1 кг пара в турбине L_i , к располагаемой работе L_a , характеризующие совершенство проточной части турбины входных и регулирующих устройств, называют внутренним относительным К.П.Д турбины η_{oi} .

Обычно $\eta_{oi} = 0,80-0,90$, а для современных мощных турбин при номинальной нагрузке $\eta_{oi} = 0,85-0,90$.

Из диаграммы рабочего процесса пара в турбине (см. рис.3.2) видно, что энергетические потери, оцениваемые η_{oi} , увеличивают энтальпию пара на выходе из турбины i_k^H на $\Delta i = i_k^H - i_{k,a}^H$. Очевидно, что на такое же значение возрастает количество тепла, передаваемое охлаждающей воде в конденсаторе 1 кг пара (потери с охлаждающей водой Δq_k , рассчитанные на 1 кг пара).

Доля тепла, превращенного в работу в реальной установке, характеризуется внутренним абсолютным КПД η_i . Без учета энергии, затрачиваемой на привод насосов, этот КПД определяется из выражения

$$\eta_i = L_i / q_0 \quad (3.5)$$

Наряду с указанными выше потерями имеются еще механические потери в турбине (обусловленные трением движущихся частей ее и затратой энергии на привод масляного насоса и системы регулирования), а также электрические и механические потери в генераторе. Эти потери оцениваются механическими КПД турбины η_m генератора η_r . Таким образом, из общего количества тепла q_0 , подведенного 1 кг пара, в реальном цикле турбогенераторной установки вырабатывается электрическая энергия L_a в количестве

$$L_a = q_0 \eta_i \eta_{oi} \eta_m \eta_r = q_0 \eta_i \eta_m \eta_r \quad (3.7)$$

Как уже отмечалось, оценка тепловой экономичности установки проводится также по удельному расходу тепла. В расчетах обычно рассматривают удельный расход тепла на турбогенераторную установку q_3 и удельный расход тепла по всей электростанции $q_{ст}$. Эти величины определяются из выражений

$$q_3 = 3600 Q_0 / N_3 \quad (3.26)$$

На ТЭЦ подведенное к рабочей среде тепло включает в себя не только энергию, необходимую для выработки электроэнергии требуемой мощности, но и тепло,

отдаваемое тепловому потребителю. Поэтому тепловая экономичность ТЭЦ характеризуется показателями тепловой экономичности по производству электроэнергии и отдельно показателями по производству тепла. Для определения этих показателей необходимо общий расход тепла по установке или электростанции в целом разделить на доли, затрачиваемые на производство отдельных видов энергии.

Задание 8.8. Начальные параметры и их влияние на тепловую экономичность КЭС и ТЭЦ.

Ответ: Повышение среднего температурного уровня подвода тепла в цикле приводит к возрастанию термического КПД. При увеличении начальной температуры пара перед турбиной t_0 (при прочих равных условиях) средний температурный уровень подвода тепла в цикле увеличивается и, следовательно, термический КПД непрерывно возрастает.

Электростанции на органическом топливе всегда работают на перегретом паре; на АЭС применяется как перегретый пар, так и насыщенный.

Температура перегретого пара t_Q может изменяться при постоянном давлении p_0 , и здесь представляется возможным проследить влияние этого параметра в чистом виде; для насыщенного пара, очевидно, можно говорить только о совместном влиянии температуры и давления.

На рис. 4.1 приведена зависимость термического КПД η_t идеального парового цикла Ренкина от t_0 для насыщенного и перегретого пара. При этом для перегретого пара зависимости $\eta_t = f(t_0)$ построены для различных значений p_0 . Как и следовало ожидать, с возрастанием температуры перегрева (когда $p_0 = \text{const}$) КПД непрерывно растет. Для насыщенного пара увеличение η_t имеет место только примерно до 16,5 МПа (до $t_n = 350^\circ\text{C}$). При дальнейшем увеличении параметров насыщенного пара КПД даже падает. Это связано с тем, что (как будет показано ниже) влияние давления на термический КПД цикла неоднозначно.

Повышение начальной температуры приводит также к уменьшению влажности пара на выходе из турбины. Вследствие этого уменьшаются потери в проточной части турбины и улучшаются условия работы лопаток. Содержащаяся в паровом потоке влага вызывает эрозийный износ лопаток. Чтобы избежать заметного износа и обеспечить нормальный срок службы проточной части турбины (не менее 10 лет), влажность пара не должна превышать 14 %.

Из сказанного видно, что при работе на перегретом паре желательно повышать начальную температуру t_0 . Однако допустимое значение зависит от свойств металлов теплопередающих поверхностей оборудования. Для сталей перлитного класса наивысшая температура которая может быть достигнута без появления разрушений в условиях длительной эксплуатации, равна 540°C , для сталей аустенитного класса — $600\text{—}650^\circ\text{C}$.

Тепловая экономичность установки зависит не только от η_t , но и от коэффициентов, оценивающих потери в турбине, генераторе, трубопроводах, реакторной установке и пр. В свою очередь внутренний

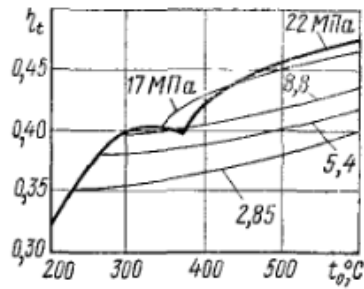


Рис. 4.1. Зависимость КПД η_t идеального теплового цикла Ренкина от начальной температуры пара t_0 .

относительный КПД η_{0i} зависит от параметров установки и конечной влажности пара. С возрастанием начальной температуры η_{0i} увеличивается, а с ростом давления, наоборот, уменьшается. Это приводит к тому, что давление p_0 , при котором устанавливается наибольшее значение внутреннего абсолютного КПД η_t ниже определяемого по рис. 4.3 (по максимуму η_t). Влияние t_0 и p_0 на η_{0i} проявляется сильнее при меньших пропусках пара через турбину, вследствие чего при прочих равных условиях предельные значения для турбин большей мощности выше.

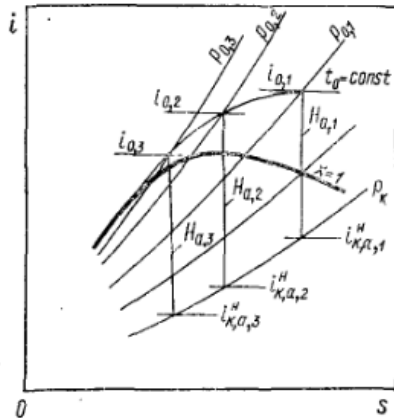


Рис. 4.2. К установлению зависимости адиабатического перепада энтальпии H_a от начального давления p_0 ($t_0 = \text{const}$).

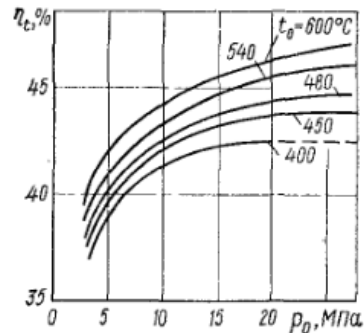


Рис. 4.3. Зависимость термического КПД η_t от начального давления p_0 при различных начальных температурах t_0 ($p_k = 0,004$ МПа).

Задание 8.9. Конечные параметры и их влияние на тепловую экономичность.

Ответ: На рисунке 4.18 приведена типичная кривая изменения мощности турбины в зависимости от p_k . Сначала с понижением p_k (несмотря на возрастание потерь с выходной скоростью и увеличение конечной влажности) мощность растет, но затем, достигнув максимума, снижается. Такое изменение ΔN связано с тем, что при некотором давлении в минимальном сечении каналов лопаточной решетки скорость пара принимает критическое значение.

Дальнейшее снижение p_k приводит к расширению пара в косом срезе, а когда расширительная способность его оказывается исчерпанной, пар расширяется за пределами ступени и используемый перепад энтальпии уже не изменяется. В то же время температура воды на выходе из конденсатора турбины понижается и, следовательно, в первый регенеративный подогреватель отводится большее количество пара. Это приводит к тому, что расход пара через последние ступени ЧНД падает, а вырабатываемая мощность уменьшается.

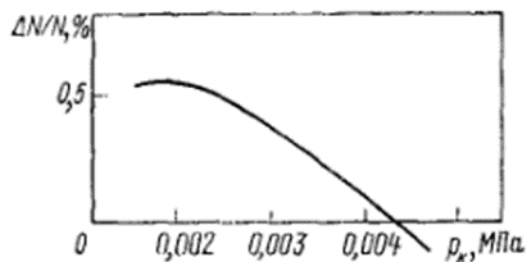


Рис. 4.18. Типичная зависимость изменения мощности турбины от конечного давления.

С уменьшением удельной нагрузки выхлопа приращение мощности для одних и тех же изменений давления Δp_k увеличивается, а давление в конденсаторе $p_{k,пред}$ до которого при уменьшении p_k мощность возрастает, уменьшается.

Таким образом, в реальных условиях уменьшать p_k целесообразно только до определенных значений. При этом следует иметь в виду, что технико-экономически оправданные значения p_k могут быть заметно выше тех, при которых вырабатывается максимальная мощность.

Задание 8.10. Общие принципы компоновок главного здания электростанции.

Ответ: Компоновка главного здания оказывает существенное влияние на технико-экономические показатели электростанции. От компоновки зависят капитальные затраты на сооружение электростанции, экономичность и надежность работы оборудования, условия труда персонала.

Исходными данными, необходимыми для проектирования компоновки главного здания, являются: тип электростанции (КЭС, ТЭЦ или АЭС) и заданная мощность; тип и единичная мощность основных агрегатов, их габаритные размеры и собственная компоновка; вид используемого топлива: при использовании твердого топлива — тип систем пылеприготовления, золошлакоудаления и газоочистки; тепловая схема электростанции — блочная или неблочная. Для АЭС — число контуров тепловой схемы и циркуляционных петель; тип системы водоснабжения и место установки насосов подачи воды; для АЭС — мощность излучения реактора и другого оборудования при нормальной работе, перегрузках и наиболее тяжелой аварии; конструкция биологической защиты; условия транспортировки твэлов и радиоактивных отходов; климатические и сейсмические характеристики района сооружения электростанции.

При разработке компоновки главного здания каждый из перечисленных выше пунктов анализируется в отдельности и в совокупности с другими. В итоге вырабатывается компоновочное решение, отвечающее основным принципам: экономичности, надежности, безопасности для персонала и окружающей среды.

Система водоснабжения ориентирует главное здание. Турбинным залом здание всегда располагается к источнику воды, что обеспечивает минимальную протяженность коммуникации технического водоснабжения.

Оборудование в здании размещается таким образом, чтобы свободные площади были минимально необходимыми, но достаточными для удобства обслуживания оборудования и выполнения ремонтных работ.

Компактное размещение оборудования обуславливает минимальную протяженность соединительных коммуникаций по пару, воде и электроэнергии, позволяет иметь минимальные размеры главного здания.

На всех этапах проектирования компоновки большое внимание уделяется вопросам экономики. Наряду с компактным размещением оборудования применяется такая конструкция главного здания, которая позволяет возводить его современными промышленными методами из готовых заводских строительных элементов. Для создания хорошего естественного освещения здания стеновые ограждения выполняются с максимальным остеклением.

Компоновка главного здания согласуется с другими объектами генплана: потребителями тепловой и электрической энергии, системой Водоснабжения, подъездными путями и жилым поселком. Правильная ориентация здания к указанным объектам обеспечивает минимальную протяженность внешних коммуникаций и снижение капитальных затрат на их сооружение.

При разработке компоновки главного здания предусматриваются мероприятия, обеспечивающие комфортные и санитарно-гигиенические условия для персонала, такие как кондиционирование воздуха, освещение рабочих мест лампами дневного света, устройство душевых и гардеробных помещений и т. д. Обязательно предусматриваются мероприятия, обеспечивающие безопасные условия труда и исключение травматизма.

Большое число требований, определяющих компоновку главного здания, позволяет иметь разные варианты ее исполнения. Показателями компоновки являются удельный объем ($\text{м}^3/\text{МВт}$) и удельная площадь ($\text{м}^2/\text{МВт}$) здания, а также удельные капитальные затраты ($\text{руб}/\text{МВт}$ установленной мощности). Лучшим считается тот вариант компоновки, для которого указанные показатели ниже.

Для АЭС выбор варианта компоновки определяется не только технико-экономическими показателями. Обычно предпочтение отдается тому варианту, при котором обеспечивается более надежная радиационная безопасность персонала и окружающей территории.

Задание 9.

Задание 9.1. Потребители технической воды на ТЭС.

Ответ: Для нормальной работы электростанций требуется надежное и бесперебойное снабжение их водой. Потребителями воды на ТЭС и АЭС являются конденсаторы турбин и технологические конденсаторы, системы охлаждения подшипников оборудования, расхолаживания реакторов, водоподготовки и гидравлического золошлакоудаления, многочисленные вспомогательные теплообменники и системы. Общий расход воды складывается из расходов отдельных потребителей и должен соответствовать дебиту выбранного источника водоснабжения.

Конденсаторы турбин являются основными потребителями воды.

На электростанциях применяются одноходовые и многоходовые (до четырех ходов) конденсаторы. В одноходовых конденсаторах вода подается во входную камеру и, пройдя трубки и выходную камеру, сбрасывается в сливные трубы. В двух-, трех- или четырехходовых конденсаторах вода проходит последовательно 2—4 раза по отдельным группам трубок и затем сбрасывается. Несмотря на несколько большее гидравлическое сопротивление, чаще применяются многоходовые конденсаторы в основном из-за того, что удельный расход воды на конденсацию пара в них меньше, чем в одноходовых.

Маслоохладители. Маслоохладители служат для охлаждения масла, циркулирующего в масляной системе турбин. Расход воды на маслоохладители определяется по той же формуле, что и для газоохладителей, с подстановкой вместо КПД генератора КПД (механического) турбины и соответствующих параметров масла.

Вода на газоохладители и маслоохладители подается из напорной линии конденсаторов турбин.

Системы охлаждения вспомогательных устройств и механизмов.

На ТЭС и АЭС имеется большое число устройств и механизмов, требующих непрерывного или периодического снабжения водой, необходимой для охлаждения подшипников или отвода тепла от различных технологических объектов. Водоподготовка, золошлакоудаление, газоочистка. Подача воды на эти системы проводится из линии после конденсаторов турбин вспомогательными насосами. При прямоточной системе водоснабжения эти расходы не учитываются, а при оборотной системе рассматриваются как потери воды в системе.

Задание 9.2. Вредные выбросы тепловой электрической электростанции (ТЭС).

Ответ: В состав дымовых газов ТЭС и газовых выбросов АЭС содержатся компоненты, относящиеся к категории вредных, представляющих реальную опасность для здоровья людей и окружающего животного и растительного мира. Состав вредных веществ зависит от вида используемого топлива. Так, при сжигании твердых и жидких топлив выбрасываются вредные вещества в виде окислов серы (SO_2 и SO_3), окислов азота, золы, сажи; при сжигании газа выбросы содержат окислы азота и сажу. Окислы азота в основном состоят из двуокиси (NO_2).

Кроме указанных вредных веществ дымовые газы паровых котлов всегда содержат некоторое количество продуктов химического и механического недожога в виде окиси углерода, коксовых частиц и летучих углеводородов. В составе углеводородов обнаружено сильнодействующее канцерогенное вещество бенз/а/пирен.

На АЭС газовые выбросы содержат радиоактивные изотопы различных элементов.

Для уменьшения образования окислов азота на современных ТЭС применяют следующие мероприятия: сжигание топлива при малых коэффициентах избытка воздуха;

двухстадийное сжигание топлива; понижение температуры в топке рециркуляцией части дымовых газов в зону горения топлива.

Для снижения концентрации вредных выбросов в приземном слое на электростанциях применяются следующие мероприятия: рассеивание выбросов в атмосфере через высокие трубы; сжигание топлива с малыми избытками воздуха; газоочистка с помощью различных улавливающих аппаратов; выдержка радиоактивных газов в газгольдерах перед выбросом в атмосферу в целях снижения их активности. Применяются сочетания разных мероприятий. Например, высокие дымовые трубы на ТЭС и вентиляционные на АЭС сооружаются независимо от наличия других способов газоочистки.

В ближайшие годы могут найти применение такие методы газоочистки, как удаление окислов серы из дымовых газов с помощью поглотителей. Разрабатываются методы очистки от серы топлива перед сжиганием его в топках. Созданные для этого опытно-промышленные установки действуют на нескольких электростанциях. Однако из-за высокой стоимости и значительного усложнения схемы электростанции они пока не находят широкого распространения.

Задание 9.3. Парогазовые установки (ПГУ). Схема ПГУ с высоконапорной паропроизводящей установкой.

Ответ: Существуют два принципиально отличных друг от друга типа парогазовых станций (ПГС). Одни из них, где сочетаются паровые и газовые турбины, получил наибольшее распространение (рис. 24.2, а). Такие электростанции называют также электростанциями с парогазовыми установками (ПГУ).

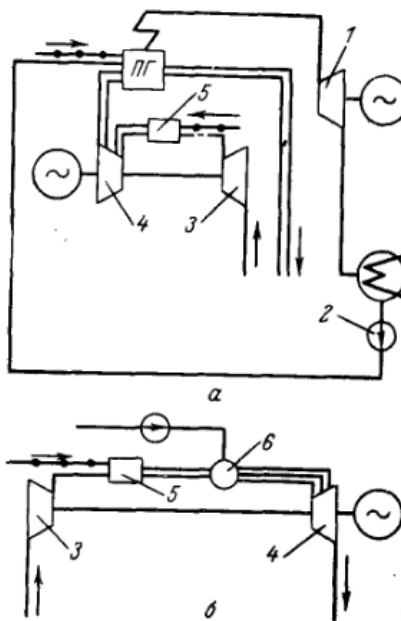


Рис. 24.2. Схемы ПГУ.

а — ПГУ со сбросом отработавших газов в топку ПГ; б — ПГУ с парогазовой турбиной и впрыском воды; 1 — паровая турбина; 2 — питательный насос; 3 — воздушный компрессор; 4 — газовая (а) или парогазовая (б) турбина; 5 — камера сгорания; 6 — испарительная камера.

Ко второму типу относятся электростанции с парогазовыми турбинами (ПГТ). В этом случае (см. рис. 24.2, б) рабочим телом турбины является парогазовая смесь, которая образуется при объединении потоков нагретого газа и пара. Температуру парогазовой

смеси перед парогазовой турбиной можно, таким образом, снизить до необходимого значения. Это позволяет резко уменьшить избыток воздуха в камере сгорания по сравнению с ГТУ. Потери с отработавшим рабочим телом также снижаются относительно ГТУ, но тепловые потери с отработавшим паром в ПГТ повышенные.

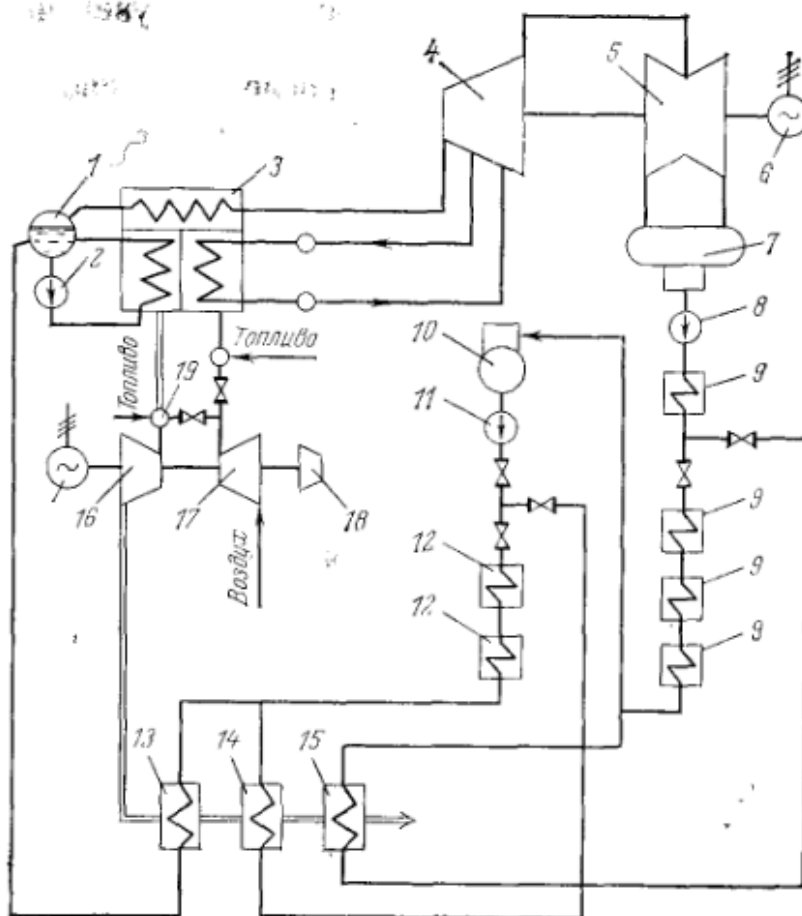
КПД электростанции с ПГТ меньше, чем станции с паровой турбиной, но удельная стоимость их ниже вследствие невысокой стоимости газотурбинной части.

Целее об разность создания ПГС первого типа обусловлена тем, что при использовании ГТУ возникают значительные потери тепла с выхлопными газами. Это тепло можно использовать для генерации пара, который затем направляется на паровую турбину обычной паротурбинной электростанции. При этом на паротурбинной установке можно получать до 40—50% мощности ГТУ. ТЭС, где в общей тепловой схеме сочетаются газотурбинные и паротурбинные установки, называют парогазовой электростанцией. Газотурбинная установка на такой электростанции может быть также высокотемпературной надстройкой экономичного паротурбинного блока, рассчитанного на работу в базисном режиме. В этом случае мощность ГТУ составляет 15—20% мощности паротурбинной установки.

На рис. 24.3 представлена принципиальная тепловая схема ПГУ Невинномысской ГРЭС. ПГУ состоит из двух корпусного высоконапорного парового котла (производительностью 125 кг/с) с принудительной циркуляцией. Пар при температуре 570° С и давлении 14,0 МПа поступает на паровую турбину мощностью 165 МВт, Турбина имеет промежуточный перегрев пара, который осуществляется в котле до температуры 570°С.

Рис. 24.3. Принципиальная тепловая схема парогазовой установки ПГУ-200 Невинномысской ГРЭС.

1 — барабан-сепаратор; 2 — циркуляционные насосы ПГ; 3 — двухкорпусный высоконапорный паровой котел ВПГ-450-140; 4 — паровая турбина К-160-130 (ЧВД); 5 — то же (ЧНД); 6 — электрогенератор; 7 — конденсатор; 8 — конденсатный насос; 9 — ПНД № 1, 2, 3, 4; 10 — деаэратор давлением 0,6 МПа; 11 — питательный насос; 12 — ПВД; 13 — экономайзер первой ступени; 14 — экономайзер второй ступени; 15 — экономайзер третьей ступени; 16 — газовая турбина ГТ-35/44-770; 17 — воздушный компрессор; 18 — пусковая паровая турбина РП-3-10; 19 — камера сгорания.



Задание 9.4. Типы компоновок ТЭС.

Ответ: При сооружении электростанции требуется большой объем технической документации (чертежей, технико-экономических обоснований, смет). Если каждую электростанцию проектировать индивидуально, то срок ее строительства оказывается слишком большим, так как только выполнение проекта занимает около двух лет.

Эффективным способом повышения качества проектирования с одновременным снижением трудозатрат и сроков выполнения является разработка *типовых* проектов отдельных зданий, сооружений, технологических систем и всего комплекса оборудования с последующим применением типовых чертежей при сооружении однотипных (серийных) электростанций. Применение типовых проектов создает условия для унификации элементов зданий, сооружений и всего комплекса оборудования.

При массовом строительстве производство унифицированных элементов (типовых конструкций и деталей) экономически выгодно организовать на специализированных заводах и поставлять их к месту строительства в готовом виде. Это позволяет сооружать электростанции промышленными методами с одновременным снижением стоимости и уменьшением времени строительства.

Типовой проект главного здания ТЭЦ 350 МВт. Проект выполнен в нескольких вариантах для разных видов топлива. В главном здании предусмотрена возможность установки теплофикационных турбин мощностью 25, 50 и 100 МВт и паровых котлов производительностью 420 и 480 т/ч. Строительная часть главного здания на 75—80% выполняется из железобетонных элементов заводского изготовления.

Турбинное и деаэрационное отделения имеют подвальные помещения, где размещаются циркуляционные трубопроводы и насосы, дренажные баки, трубопроводы технической воды и паропроводы к сетевым подогревателям. Групповые щиты управления (один щит на два котла и две турбины с теплофикационными установками) располагаются в деаэрационном отделении на отметке 8 м. На этой же отметке устанавливаются перекачивающие насосы атмосферных деаэраторов. Питательные насосы установлены на нулевой отметке турбинного зала между турбинами.

Бункерное отделение располагается с внутренней стороны котельной рядом с деаэрационным отделением. На нулевой отметке располагаются мельницы; на отметке 8 м — питатели сырого угля; выше — бункера и транспортеры подачи топлива.

В постоянном торце главного здания предусмотрены помещения для общестанционного вспомогательного оборудования: насосов горячего водоснабжения, подпитки теплосети и смывной воды гидрозолоудаления, подогревателей теплосети и деаэраторов добавочной воды. Здесь же в отдельных помещениях располагаются цеховые мастерские и санитарно-бытовые помещения. У временного торца предусмотрена ремонтно-монтажная площадка, на которую подведен железнодорожный путь.

Административные помещения располагаются в отдельном здании рядом с главным корпусом, с которым оно соединяется закрытой галереей. Также в отдельном здании размещен общестанционный щит управления.

Дутьевые вентиляторы, золоуловители и дымососы устанавливаются на открытом воздухе. Для обслуживания этого оборудования предусматривается полукозловой кран. Для районов с резко континентальным климатом разработан вариант проекта с размещением перечисленного выше оборудования в закрытом помещении.

Типовой проект ТЭЦ заводского изготовления. Этот проект является дальнейшим развитием компоновок главных зданий ТЭЦ. Проект разработан в двух вариантах: для газомазутного топлива (ТЭЦ-ЗИГМ) и для твердого топлива (ТЭЦ-ЗИТТ). Главная особенность проекта заключается в том, что здание ТЭЦ здесь выполняется из отдельных секции, каждая из которых рассчитана на установку двух унифицированных котлов и одной из шести типов турбин. Длина секций не одинакова и зависит от типа турбин. Таким образом, главное здание ТЭЦ komponуется из ряда секций, типоразмер которых определяется типом выбранных турбин.

Типовые проекты ГРЭС мощностью 1200 и 2400 МВт. Были разработаны варианты проекта для твердого топлива с индивидуальной системой пылеприготовления и с центральным пылезаводом, а также газомазутный вариант.

Типовой проект универсального главного здания. Универсальность главного здания заключается в том, что сооружается оно из универсальных строительных конструкций и может быть использовано для КЭС и ТЭЦ на любом виде топлива. По первоначальному проекту в здании устанавливались турбины мощностью от 100 до 300 МВт в блоке с котлами производительностью до 950 т/ч и теплофикационные турбины 50 и 100 МВт с котлами до 420 т/ч. В дальнейшем принцип универсальности был использован при разработке компоновок зданий КЭС с блоками 500 и 800 МВт. Проект предусматривает несколько габаритных вариантов здания, каждый из которых предназначен для установки агрегатов и блоков определенной мощности. Строительная часть здания выполняется для всех вариантов аналогичной из деталей и конструкций, изготавливаемых заводским способом. Доля сборного бетона составляет около 95% общего объема, затрачиваемого на сооружение здания.

Типовой проект ГРЭС с открытой компоновкой главного здания. Этот проект предусматривает открытую установку блоков мощностью 159 МВт с газомазутными котлами производительностью 500 т/ч. Открытая установка основных агрегатов не исключает необходимости закрытия наиболее ответственных элементов оборудования. Так, в котельном отделении местные укрытия предусматриваются над горелками, водоуказательными приборами и узлами питания, в турбинном отделении укрытия в виде съемных кабин предусматриваются над цилиндрами высокого давления турбин и над возбудителями генераторов. Габаритные размеры кабин и укрытия позволяют проводить осмотр оборудования и выполнять мелкий ремонт.

Задание 9.5. Очистка сточных вод и дымовых газов на ТЭС.

Ответ: Дымовые газы от частиц летучей золы очищаются в устройствах, именуемых золоуловителями. На ТЭС применяются золоуловители: сухие инерционные в виде циклонов и батарейных циклонов; мокрые с прутковой решеткой и трубой Вентури; электрофильтры; комбинированные,

По современным требованиям коэффициент очистки дымовых газов ТЭС должен составлять 99—99,5%. Для некоторых стран с высокой плотностью населения (Япония, Франция и др.) такой уровень очистки стал уже нормой. Требования по очистке газов начинают распространяться и на мазутные ТЭС, где также устанавливаются золоуловители для улавливания частиц сажи и кокса.

Циклоны состоят из цилиндрического корпуса с входной и выходной улитками и нижней конусной части в виде воронки. Частицы золы улавливаются здесь посредством действия центробежной силы, возникающей при вращении потока на входе в корпус. Действием центробежной силы частицы отжимаются к стенкам, затормаживаются и оседают в воронку. Этому способствует снижение скорости запыленного газа от 20-25 м/с на входе до 3—5 м/с в корпусе циклона.

Батарейные циклоны состоят из нескольких десятков циклонов диаметром 250 мм, заключенных в общем корпусе с параллельным подводом и отводом газа. Запыленный газ поступает в распределительную камеру и далее в кольцевые зазоры между корпусами циклонов и выхлопными трубками. В зазорах устанавливаются направляющие аппараты в виде винтовой спирали или лопаток, закручивающих поток. Выпадающая в циклоне пыль собирается в общий бункер, а очищенный газ удаляется через общий патрубок.

Мокропрутковые золоуловители состоят из цилиндрического корпуса диаметром 2—4 м и высотой 8—15 м и входного патрубка, в котором устанавливается горизонтальная решетка из нескольких рядов шахматно расположенных прутков. В верхней части корпуса

имеется оросительная система в виде кольцевого коллектора с отверстиями. Вода смачивает стенки корпуса и разбрызгивается в его объеме. Водой орошается также прутковая решетка.

Мокрые золоуловители с трубой Вентури отличаются от описанных выше тем, что входной патрубок у них выполнен в виде горловины с пережимом — трубы Вентури. В узком месте трубы, где скорость газов достигает 70—80 м/с, распыливается форсунками вода. Вследствие большой разности скоростей газа и капелек воды достигается интенсивное смачивание частиц и улавливание их на поверхности капель.

Электрофильтры состоят из металлического корпуса прямоугольного сечения, внутри которого на изоляторах крепятся осадительные и коронирующие электроды. Улавливание пыли здесь осуществляется действием электростатических сил.

Комбинированные золоуловители представляют собой установку, состоящую из инерционного аппарата (циклона, батарейного циклопа) и электрофильтра. Инерционные золоуловители улавливают преимущественно крупные фракции, а электрофильтры — мелкие. Последовательный пропуск газов сначала через одни, а затем через второй аппарат повышает коэффициент очистки. Такие комбинированные золоуловители выпускаются промышленностью и применяются на небольших котлах.

Золошлакоудаление на ТЭС — это технологически связанная система устройств и механизмов, служащих для удаления золы из золоуловителей и шлака из холодных воронок котлов за пределы ТЭС на золоотвал. По технологии удаления системы подразделяют на механическую, пневматическую и гидравлическую.

При *механическом* способе удаления зола и шлак высыпаются в каналы зольного помещения, а затем шпеками или скреперными установками перемещаются в наружные бункера и далее на золоотвал автомобильным или железнодорожным транспортом. Этот способ применяется в промышленных котельных и на небольших ТЭС.

При *пневматическом* способе зола и шлак удаляются с помощью воздуха. Система может быть или напорной, или вакуумной. Чаще применяется вакуумная система, позволяющая избегать пыления через неплотности различных устройств.

Наиболее распространена на современных ТЭС *гидравлическая система*, имеющая следующие достоинства: высокая производительность и возможность применения для котлов любой мощности и при любой зольности топлива; полная механизация удаления очаговых остатков и возможность транспортировки их на золоотвал за несколько километров от ТЭС; обеспечение лучших по сравнению с другими системами санитарных условий для персонала.

Гидравлический способ удаления очаговых остатков выполняется по двум системам: совместной, когда шлак и зола транспортируются одним и тем же оборудованием, и раздельной, когда для транспортировки золы и шлака используется разное оборудование. Чаще применяется совместная система, требующая меньшего оборудования.

Раздельная система выгодна в том случае, когда очаговые остатки используют как строительный материал в качестве отдельных компонентов.

Задание 9.6. Расчет трубопроводов паровых систем отопления.

Ответ: Каждый участок трубопровода, расположенный между двумя неподвижными опорами, должен быть рассчитан на самокомпенсацию (внутреннюю компенсацию) перемещений, возникающих в результате температурных удлинений металла трубопровода, перемещения его опор и монтажных растягов. Эти изменения длины компенсируются гибкостью трубопровода, вызывая в нем соответствующие напряжения.

Содержанием расчета на самокомпенсацию трубопровода является вычисление этих напряжений, сопоставление их с допускаемыми напряжениями для данного металла в соответствующих условиях его эксплуатации и разработка на основании этого конструктивных решений.

По четвертой (энергетической) теории прочности приведенное напряжение (совокупность действующих напряжений) в обозначениях рис. 14.4 равно

$$\sigma_{np} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 - 3\tau^2} \quad (14.1)$$

где σ_1 , σ_2 и σ_3 - нормальные напряжения, τ - касательные напряжения, вызванные только крутящим моментом.

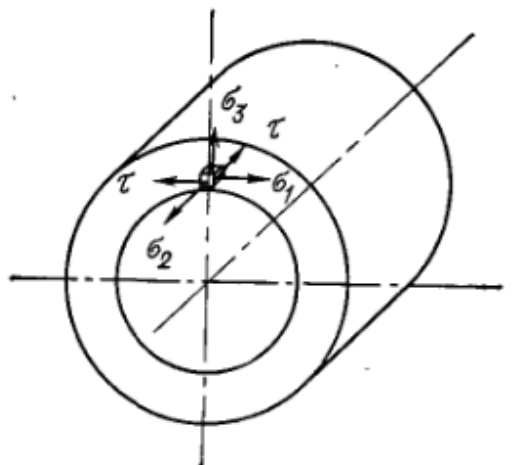


Рис. 14.4. Составляющие напряжений при расчете трубопровода на самокомпенсацию.

Нормальные напряжения σ_1 и σ_2 отражают действие внутреннего давления в трубопроводе и изгибающего момента и определяются по зависимостям

$$\sigma_1 = \frac{p(D_H - 2\delta)}{2\delta}$$

$$\sigma_2 = \frac{p(D_H - 2\delta)^2}{4\delta(D_H - \delta)} + \frac{M_u D_H}{2I} m_2$$

Здесь D_H — наружный диаметр трубы, см; p — внутреннее давление среды, кгс/см²; δ — толщина трубы, см; I — осевой момент инерции поперечного сечения трубы:

$$I = \frac{\pi D_H^4}{64} \left[1 - \left(\frac{D_H - 2\delta}{D_H} \right)^4 \right]$$

M_u — изгибающий момент; m_2 — коэффициент, учитывающий изменение наибольшего продольного напряжения на изгиб в изогнутой трубе по сравнению с прямой (для прямой трубы $m_2 = 1$).

Нормальное напряжение σ_3 учитывает действие только внутреннего давления, а касательные напряжения τ — только крутящего момента:

$$\sigma_3 = -p/2; \tau = M_k D_H / 4I$$

Как видно из формул, для определения приведенного напряжения необходимо располагать значениями изгибающего M_u и крутящего M_k моментов. Собственно, их расчет и составляет основные трудности при расчете трубопровода на самокомпенсацию.

Задание 9.7. Классификация тепловых нагрузок.

Ответ: Тепловая нагрузка электростанции определяется расходом тепла на производственные процессы и бытовые нужды и практически не зависит от температуры наружной температуры воздуха. Однако летом эта нагрузка несколько меньше, чем зимой. В то же время промышленная и бытовая тепловые нагрузки резко изменяются в течение суток (см. рис. 1.7 и 1.8). Кроме того, среднесуточная нагрузка электростанции,

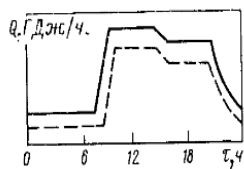


Рис. 1.7. График суточной тепловой нагрузки предприятий.
— лето; — зима.

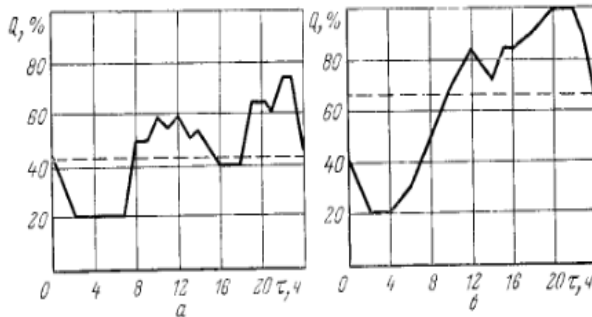


Рис. 1.8. Суточные графики изменения расхода тепла на бытовые нужды района.
а — в рабочие дни недели; б — по субботам; — — — — — среднесуточная нагрузка.

расходуемая на бытовые нужды, в конце недели в предпраздничные дни значительно выше, чем в другие рабочие дни недели. Отопительная нагрузка, расход тепла на вентиляцию и кондиционирование воздуха зависят от температуры наружного воздуха и имеют сезонный характер. Так, расход тепла на отопление и вентиляцию полностью отсутствуют в летний период (рис. 1.9).

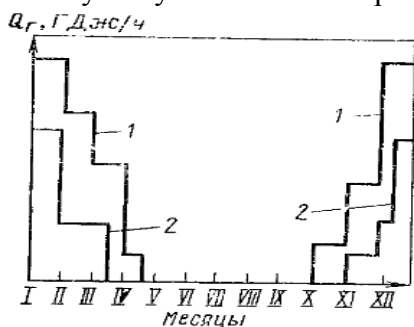


Рис. 1.9. Годовой график отопительной нагрузки.
1 — максимальные значения Q ;
2 — минимальные значения Q .

ниже числа часов использования максимума электрической нагрузки.

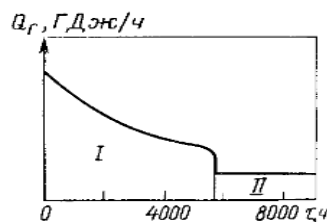


Рис. 1.10. Суммарный годовой график тепловой нагрузки по продолжительности.
I — отопительный период; II — летний период.

Задание 9.8. Обратная система технического водоснабжения. Схема, характеристики.

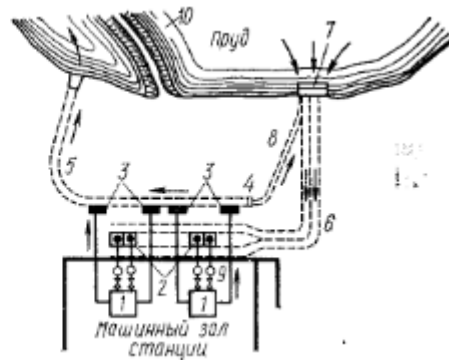
Ответ: В состав системы технического водоснабжения электростанции входят: источник воды, подводящие и отводящие каналы (водоводы), насосы, охладители воды. По схеме коммуникаций и способам охлаждения воды системы подразделяют на прямоточную, оборотную и смешанную.

Оборотная система. Система водоснабжения именуется оборотной, когда один и тот же запас воды используется многократно, требуя лишь небольшой добавки для восполнения потерь. Эта система применяется на всех электростанциях, в районе которых дебит естественных источников воды мал и не позволяет применить прямоточное водоснабжение.

Оборотная система представляет собой замкнутый контур, состоящий из охладителя воды, циркуляционных насосов и водоводов. В качестве охладителей используются пруды, озера, градирни и брызгальные бассейны. Примерная схема с прудом-охладителем показана на рис. 16.4.

Рис. 16.4. Схема прудового водоснабжения.

1 — конденсаторы; 2 — приемные колодцы; 3 — сифонные колодцы; 4 — переключательный колодец; 5 — сбросной канал; 6 — самоотечный подводный канал; 7 — водоприемник; 8 — перепускной канал; 9 — циркуляционные насосы; 10 — струенаправляющая дамба.



Экономически наиболее выгодна схема с охладителем в виде пруда или озера, обеспечивающая более низкую температуру охлажденной воды и более глубокий вакуум в конденсаторах турбин. Применение такой схемы возможно при наличии естественного водоема с достаточной площадью зеркала воды или возможности его искусственного сооружения.

Схема с градирнями применяется для ТЭЦ, сооружаемых в городской черте, и для других видов электростанций с ограниченными размерами располагаемой территории. Основное достоинство этой схемы заключается в том, что для сооружения градирен не требуется много места и их удастся размещать в пределах ограды станции. В последние годы системы с градирнями все чаще применяются для мощных ТЭС и АЭС, несмотря на то что среднегодовая температура охлажденной воды после градирен примерно в 1,5 раза выше, чем в оборотных системах с водохранилищами. Принимается во внимание не только экономия места, но и то обстоятельство, что градирни рассеивают тепло не в воде, а в воздухе, не причиняя вреда водным источникам.

Значительно меньшее распространение имеет схема с брызгальными бассейнами. По технико-экономическим показателям эта схема уступает схеме с градирнями. Брызгальные бассейны занимают довольно большую площадь. В схеме велики потери воды с уносом и испарением.

Задание 9.9. Схема котла с топкой ЦКС.

Ответ:

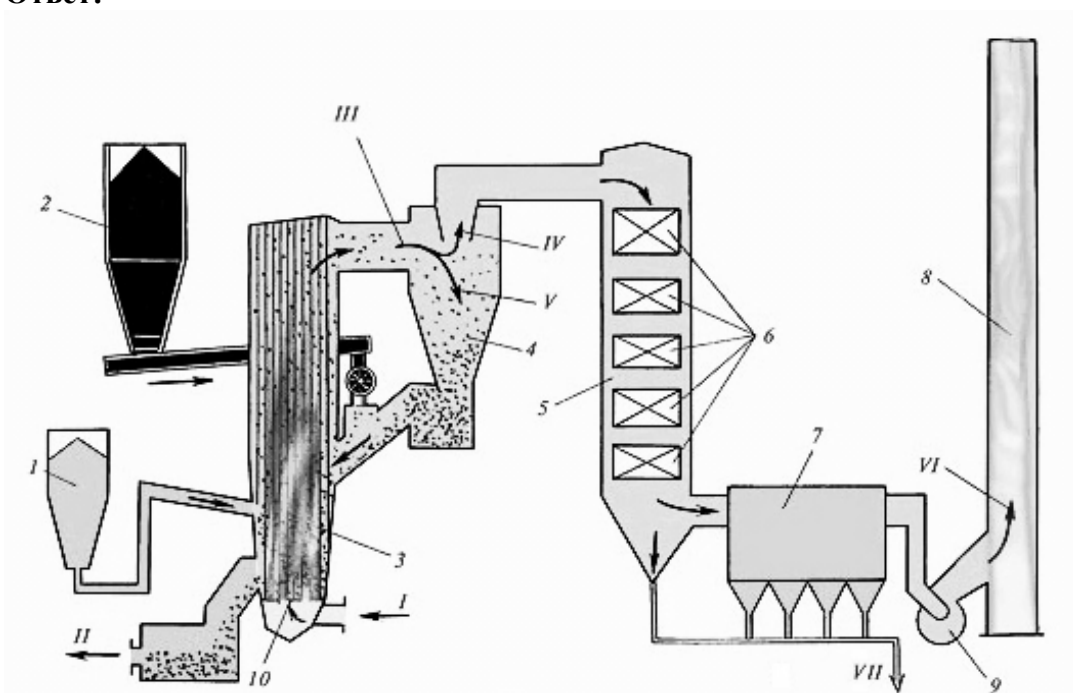


Рис. 1.1. Принципиальная схема котельной установки с котлом ЦКС. I – воздух; II – отвод донной золы слоя; III – пылегазовый поток; IV – газы; V – несгоревшие частицы топлива и зола; VI – очищенные уходящие газы; VII – летучая зола; 1 – бункер известняка; 2 – бункер угля; 3 – топка; 4 – циклонный сепаратор; 5 – конвективная шахта; 6 – конвективные поверхности нагрева; 7 – электрофильтр; 8 – дымовая труба; 9 – дымосос; 10 – воздухораспределительная решетка

В топку котла 3 подается дробленый уголь из бункера угля 2 и известняк из бункера 1. Первичный воздух I подается под слой топлива, известняка и инертного материала через воздухораспределительную решетку 10 при помощи высоконапорного дутьевого вентилятора (на схеме не показан). При этом плотный слой взрыхляется, а твердые частицы (зола и материал слоя) уносятся в верхнюю часть топки. Скорость воздуха в топке обычно не превышает 5 - 6 м/с.

Концентрация твердых частиц пылегазовом потоке III в верхней части топки значительна и составляет около 7 – 10 кг/м³. Поэтому далее, по ходу газов установлен сепаратор циклонного типа 4, для улавливания уноса. Циклон имеет КПД улавливания порядка 99%, и далее газы поступают в конвективную шахту 5, аналогичную традиционным пылеугольным котлам. Материал слоя и зола V скапливаются под циклоном в специальной камере (пневмозатворе).

Пневмозатвор предотвращает проскок газов в топку через линию возврата. В конвективной шахте расположены конвективные поверхности нагрева пароперегревателя и экономайзера 6. После конвективной шахты дымовые газы поступают в электрофильтр 7, где происходит очистка газового потока от летучей золы. Летучая зола VIII полей электрофильтра и конвективной шахты отводится на золоотвал, а очищенные дымовые газы VI, при помощи дымососа 9, через дымовую трубу 8 выбрасываются в атмосферу.

Задание 9.10. Удельная выработка электроэнергии на тепловом потреблении.

Ответ: Для ТЭЦ с турбинами с противодавлением количество тепла, затраченного на выработку электроэнергии в единицу времени, равно внутренней мощности N_i и, следовательно, КПД по производству электрической энергии равен

$$\eta_{э,ТЭЦ} = \frac{N_i}{Q_0 - (Q_{ТП} / \eta_{ТП})} \eta_M \eta_G = \eta_M \eta_G \quad (3.45)$$

т. е. не зависит от параметров, при которых работает турбина, и ее совершенства.

Таким образом, КПД по производству электроэнергии на ТЭЦ в ряде случаев не дает достаточно полной характеристики термического совершенства процесса производства электрической энергии. Поэтому наряду с этим показателем на теплоэлектроцентралях применяется другой показатель — удельная выработка электроэнергии на тепловом потреблении, которая определяется по формуле (кВт·ч/кДж)

$$\mathcal{E} = \frac{N_{э,ТП}}{3600 Q_{ТП}} \eta_{ТП}, \quad (3.46)$$

или (кВт·ч/ГДж)

$$\mathcal{E} = \frac{10^6 N_{э,ТП}}{3600 Q_{ТП}} \eta_{ТП}, \quad (3.46a)$$

где $N_{э,ТП}$ — количество электроэнергии, которое вырабатывается в единицу времени паром, поступающим из противодавления или отборов тепловому потребителю и на регенеративный подогрев воды.

Удельная выработка электроэнергии на тепловом потреблении зависит от начальных и конечных параметров пара и технического совершенства турбогенератора, характеризуемого значениями коэффициентов η_{0i} , η_M и η_G . Чем выше значение \mathcal{E} , тем

целесообразнее (при прочих равных условиях) комбинированная выработка тепла и электроэнергии.

Тепловая экономичность процесса производства тепла характеризуется КПД по производству тепла $\eta_{Q,cm}$ и удельным расходом условного $b_{Q,y}$ или ядерного топлива $b_{Q,я.т.}$. Для обычных ТЭС и АЭС, на которых тепло отводится тепловому потребителю с отработавшим в турбине паром (отбираемого из регулируемого отбора или противодействия), КПД по производству тепла определяется из зависимости

$$\eta_{Q,cm} = \eta_{ТП} \eta_{ПОТ}, \quad (3.47)$$

где коэффициент $\eta_{ПОТ}$, учитывающий потери тепла в аппаратах и коммуникациях электростанции, будет, конечно, иметь различные значения в зависимости от типа электростанции и числа контуров, если рассматривается АЭС. Общий часовой расход топлива на производство тепла для электростанций на органическом топливе (кг/ч)

$$B = \frac{3600 Q_{ТП}}{Q_P^H \eta_{Q,cm}}, \quad (3.48)$$

Удельный расход натурального топлива (кг/кДж)

$$b_Q = (Q_P^H \eta_{Q,cm})^{-1}, \quad (3.49)$$

а условного топлива (в расчете на 1 ГДж тепла)

$$b_{Q,y} = \frac{10^6}{29300 \eta_{Q,cm}} = \frac{34,2}{\eta_{Q,cm}}, \quad (3.50)$$

Полный расход ядерного топлива на производство тепла с учетом глубины выгорания можно рассчитать по формуле (т/год),

$$B_{Q,я.т.} = \frac{Q_{ТП}^{\tau}}{1,86 \cdot 10^7 \eta_{Q,cm}^{\alpha}}, \quad (3.51)$$

удельный расход — по формуле (кг/(кВт·ч))

$$b_{Q,я.т.} = \frac{3600}{6,7 \cdot 10^{10} \eta_{Q,cm}} = \frac{5,4 \cdot 10^{-8}}{\eta_{Q,cm}}. \quad (3.52)$$

Задание 10.

Задание 10.1. Общее условие устойчивости. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.

Ответ:

Наличие замкнутых контуров в системах управления с обратными связями и в подсистемах регулирования в составе систем управления приводит к тому, что при определенных условиях они могут потерять устойчивость. В общем случае нелинейных систем понятие устойчивости относится к движениям, которые может совершать система, так что следует говорить не об устойчивости системы, а об устойчивости ее движений. В одной системе могут существовать как устойчивые, так и неустойчивые движения. Однако для линейных систем понятие устойчивости упрощается и можно говорить об устойчивых и не устойчивых системах. Важно подчеркнуть, что устойчивость линейных систем – это внутреннее их свойство, не зависящее от действующих на них возмущений.

Допустим, что на систему действует некоторое входное воздействие произвольного вида, которое, естественно, вызывает определенную ее реакцию, в частности, приводит к изменению выходной величины. Устойчивая система – это система, которая после устранения указанного воздействия прекращает движение и самостоятельно приходит к некоторому установившемуся стабильному состоянию. Соответственно, тестом на устойчивость удобно выбрать импульсную переходную характеристику системы, так как входным воздействием в этом случае является дельта-импульс, изображение по Лапласу которого равно единице. Следовательно, изображение импульсной переходной характеристики определяется только свойствами системы, не зависит от вида входного воздействия. С физической точки зрения картина вырисовывается следующая: «возмутив» систему в начальный момент времени, дельта-импульс немедленно исчезает, предоставляя системе самой определять в дальнейшем свое движение.

Импульсная переходная характеристика определяется общей формулой, только в ней будут отсутствовать члены, связанные с видом входного воздействия:

$$\omega(t) = C_1 \exp(s_1 t) + C_2 \exp(s_2 t) \dots + C_n \exp(s_n t)$$

Где s_1, s_2, \dots, s_n - корни характеристического уравнения (знаменателя передаточной функции системы):

$$s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_{n-1} s + a_0 = 0$$

C_1, C_2, \dots, C_n – постоянные числа.

Формула действительна при различных значениях всех корней.

Из нее следует, что необходимое и достаточное условие устойчивости системы состоит в том, чтобы все вещественные корни характеристического уравнения были отрицательными, а комплексные имели отрицательные вещественные части. В этом случае импульсная переходная характеристика с течением времени будет стремиться к нулю.

Графически корни характеристического уравнения изображаются точками на комплексной плоскости (рис. 4.1); поэтому приведенное определение может быть сформулировано и по-иному: система устойчива, если все корни ее характеристического уравнения расположены в левой полуплоскости комплексной плоскости (лежат слева от мнимой оси). Если среди корней характеристического уравнения имеется один нулевой, а все остальные расположены в левой полуплоскости, свободное движение системы с течением времени так же прекращается, однако его стабилизация происходит необязательно на нулевом уровне; такие системы называют нейтрально-устойчивыми. Если среди корней характеристического уравнения имеются два чисто мнимых корня, а все остальные находятся в левой полуплоскости, система находится на границе устойчивости. Будучи выведенной из состояния равновесия, такая система входит в режим незатухающих гармонических колебаний.

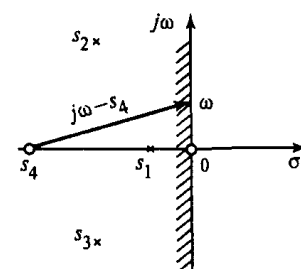


Рис. 4.1

Следует подчеркнуть, что в последних двух случаях речь идет только об одном нулевом корне или одной паре мнимых корней. Система, характеристическое уравнение которой имеет два нулевых или две пары одинаковых мнимых корней, будет уже неустойчивой. Это утверждение следует из того, что нулевому корню двойной кратности соответствует компонента решения уравнения в виде $C_1 + C_2 t$, а паре чисто мнимых корней $\pm j\omega_0$ двойной кратности – компонента решения $(C_1 + C_2 t) \cos \omega_0 t + (C_3 + C_4 t) \sin \omega_0 t$.

Из сказанного следует, что для суждения об устойчивости системы нет необходимости вычислять корни характеристического уравнения, достаточно только определить, все ли они расположены слева от мнимой оси комплексной плоскости. Решение такой задачи осуществляется с помощью специально разработанных для этой цели критериев устойчивости.

Критерий устойчивости Рауса-Гурвица. В наиболее распространенном на практике случае использование этого критерия сводится к составлению из коэффициентов уравнения матрицы следующего вида:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & a_n \end{bmatrix}$$

Порядок составления этой матрицы крайне прост: первая строка заполняется коэффициентами характеристического уравнения с нечетными индексами, а вторая – с четными; каждая последующая пара строк есть повторение предыдущей пары, но сдвинутой на один столбец вправо. Места, где отсутствуют коэффициенты, заполняются нулями.

Анализ устойчивости системы состоит в том, что по этой матрице последовательно проводят вычисление определителей квадратных матриц:

$$\Delta_1 = |a_1| \quad \Delta_2 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ 1 & a_2 \end{bmatrix} \quad \Delta_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix}$$

Вычисления следует прекратить, если очередной определитель окажется отрицательным, поскольку это свидетельствует о неустойчивости системы. Если же все n определителей окажутся положительными, то это свидетельствует об устойчивости системы, т.е. условие устойчивости записывается следующим образом:

$$\Delta_1 > 0; \quad \Delta_2 > 0; \quad \dots; \quad \Delta_{n-1} > 0; \quad \Delta_n = a_n \Delta_{n-1} > 0$$

В частности, эти условия имеют вид:

Для n=2

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0;$$

Для n=3

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0;$$

Для n=4

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0;$$

$$a_1 a_2 a_3 - a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$$

Из рассмотренного критерия следует, что необходимым, но недостаточным условием устойчивости является положительность всех коэффициентов уравнения.

Критерий Рауса – Гурвица позволяет не только анализировать устойчивость систем с заданными численными значениями коэффициентов характеристического уравнения, но и решить обратную задачу определения допустимых по условию устойчивости значений этих коэффициентов (или связанных с ними параметров системы). Для этого, очевидно, неравенства, выраженные через неизвестные значения исследуемых коэффициентов, следует заменить равенствами; полученная таким образом система уравнений в пространстве исследуемых коэффициентов определяет границы областей, где выполняются соответствующие неравенства. Пересечение найденных областей (общая область) и определяет область устойчивости системы.

Задание 10.2. Критерии устойчивости Михайлова и Найквиста.

Ответ:

Критерий устойчивости Михайлова.

При формулировке этого критерия (целесообразность специального рассмотрения которого определяется, прежде всего, его наглядностью) сразу начнем с решения задачи синтеза.

Если система находится на границе устойчивости, то это свидетельствует о наличии среди корней ее характеристического уравнения пары чисто мнимых корней

$$s_{1,2} = \pm j\omega$$

Подставив один из трех корней в характеристическое уравнение (4.2), получим уравнение

$$(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n = 0 \quad (4.9)$$

из которого можно определить соотношение между коэффициентами характеристического уравнения, при котором система будет находиться на границе устойчивости, если, конечно, все остальные корни будут расположены в левой полуплоскости. Для интересующих нас коэффициентов может быть в их плоскости построена граница, разделяющая область устойчивости и неустойчивости.

Здесь, однако, остаются неясными два вопроса: во-первых, действительно ли все остальные корни расположены в левой полуплоскости и, во-вторых, с какой стороны от указанной границы расположена область устойчивости. Для решения этих вопросов следует дать некоторую небольшую вариацию найденным коэффициентам, после чего воспользоваться критерием, который был введен Михайловым.

Будем рассматривать левую часть уравнения (4.9) как функцию мнимой переменной $j\omega$:

$$F(j\omega) = (j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n \quad (4.10)$$

Для фиксированного значения ω она изображена в комплексной плоскости вектором, получившим название характеристического; при изменении ω от нуля до бесконечности конец этого вектора очерчивает кривую, называемую годографом характеристического вектора.

Критерий формулируется следующим образом:

Система устойчива, если при изменении ω от нуля до бесконечности годограф характеристического вектора, начинаясь на положительной вещественной полуоси, проходит последовательно против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости (где n – степень характеристического уравнения), или, иначе говоря, характеристический вектор поворачивается против часовой стрелки на угол $n * 90^\circ$.

В качестве примера на рис. 4.2 показаны годографы характеристического вектора системы третьего порядка для трех случаев: система устойчива – годограф проходит против часовой стрелки, последовательно три квадранта (кривая a); система находится на границе устойчивости, генерируя незатухающие синусоидальные колебания с частотой, при которой годограф проходит через начало координат (кривая b); система неустойчива – годограф проходит три квадранта, но в ненадлежащей последовательности (кривая c).

Доказать справедливость критерия можно следующим образом.

В соответствии с известной теоремой алгебры характеристический полином может быть представлен в виде произведения сомножителей:

$$F(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n),$$

т.е.

$$F(j\omega) = (j\omega - s_1)(j\omega - s_2) \dots (j\omega - s_n), \quad (4.11)$$

Каждый из сомножителей в формуле на комплексной плоскости изображается вектором, проведенным из соответствующей точки, изображающей корень, к мнимой оси (см. рис. 4.1). При изменении ω от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ конец вектора скользит вдоль мнимой оси; при этом каждый вектор, соответствующий отрицательному вещественному корню, совершает поворот на 90° против часовой стрелки, а каждая пара сопряженно-комплексных корней с отрицательной вещественной частью – поворот на 180° против часовой стрелки. Поскольку характеристический вектор представляет собой произведение

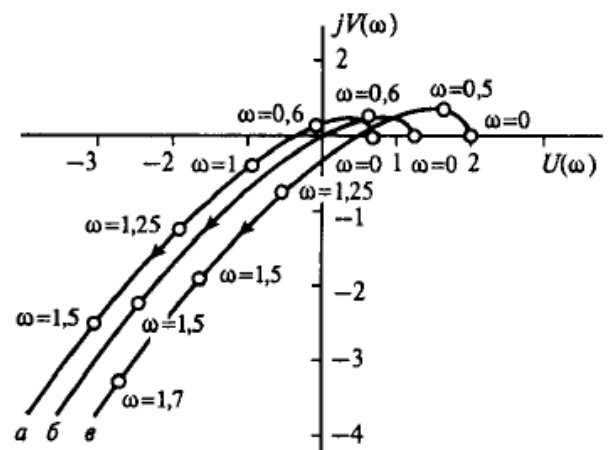


Рис. 4.2

рассмотренных векторов, его поворот должен быть равен сумме поворотов всех векторов, т.е. в рассматриваемом случае устойчивой системы общий угол поворота будет монотонно увеличиваться от нуля до $n * 90^\circ$, и годограф характеристического вектора пройдет последовательно n квадрантов комплексной плоскости (что и утверждается критерием).

Если в правой полуплоскости окажется хотя бы один корень, общий угол поворота соответственно уменьшится. Так, если в правой полуплоскости будет один вещественный корень, соответствующий ему вектор совершит поворот а угол, равный 90° , по часовой стрелке. Если все остальные $n-1$ корней расположены в левой полуплоскости, общий угол поворота характеристического вектора окажется равным $(n - 1) * 90^\circ - 90^\circ = (n - 2) * 90^\circ$.

Критерий устойчивости Найквиста. Характеристическое уравнение системы регулирования с отрицательной обратной связью получается путем приравнивания знаменателя ее передаточной функции (3.39) к нулю

$$1 + W_{p.c}(s) = 0,$$

(4.12)

причем передаточная функция разомкнутого контура определяется формулой (3.42). Если объект обладает запаздыванием и его передаточная функция имеет вид (3.69), то характеристическое уравнение замкнутого контура может быть записано в следующем виде :

$$1 + V_{p.c}(s) \exp(-\tau s) = 0,$$

или

$$D_{p.c} + K_{p.c}(s) \exp(-\tau s) = 0,$$

$$D_{p.c}$$

где $K_{p.c}$; — полиномы в числителе и знаменателе $V_{p.c}(s)$.

Таким образом, характеристическое уравнение системы оказалось трансцендентным и к нему не может быть применен критерий Рауса-Гурвица. Нуждается в изменении критерий Михалкова, так как в контуре, содержащем запаздывание, невозможно зафиксировать степень характеристического уравнения. Действительно, так как экспоненциальная функция может разложена в бесконечный ряд, то последнее уравнение может быть переписано следующим образом:

$$D_{p.c}(s) \left(1 + \tau s + \frac{\tau^2}{2!} s^2 + \frac{\tau^3}{3!} s^3 + \dots \right) + K_{p.c}(s) = 0,$$

которое имеет бесконечно высокую степень. Поэтому число квадрантов, которое должен пройти вектор $F(j\omega)$ определяется степенью полинома $D_{p.c}(s)$.

Устойчивость системы с запаздыванием в контуре регулирования может быть исследована с помощью критерия Найквиста; сущность этого критерия состоит в следующем.

Произведем в уравнении (4.12) замену (4.8) и перепишем его в виде:

$$W_{p.c}(j\omega) = -1.$$

(4.13)

Из полученного уравнения следует, что о наличии в характеристическом уравнении замкнутой системы пары мнимых корней можно судить по КЧХ разомкнутого контура: если она проходит через точку $-1, j0$ при некоторой частоте ω , то характеристическое уравнение замкнутого контура будет иметь пару соответствующих мнимых корней. Меняя значение одного или нескольких параметров, где контур будет устойчивым, а где нет. Об устойчивости замкнутого контура при той или иной вариации можно судить по виду КЧХ разомкнутого контура.

Будем рассматривать левую часть уравнения (4.12) как новую функцию s :

$$N(j\omega) = 1 + W_{p.c}(s). \tag{4.14}$$

Если в контуре отсутствует запаздывание, то эту функцию после замены $s = j\omega$ можно записать следующим образом:

$$N(j\omega) = 1 + \frac{K_{p.c}(j\omega)}{D_{p.c}(j\omega)} = \frac{D_{p.c}(j\omega) + K_{p.c}(j\omega)}{D_{p.c}(j\omega)}$$

(4.15)

Как легко увидеть, числитель этой формулы есть характеристический вектор замкнутого контура системы, а знаменатель – характеристический вектор разомкнутого контура, причем (так как степень числителя передаточной функции не может быть выше степени знаменателя) они имеют одинаковую степень n , равную степени полинома $D_{p.c}(s)$. В соответствии с критерием устойчивости Михайлова, если разомкнутый контур устойчив, вектор в знаменателе (4.15) при изменении ω от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ совершит против часовой стрелки поворот на угол $n * 90^\circ$ (где n – степень характеристического уравнения); если, кроме того, устойчив и замкнутый контур, то на такой же угол против часовой стрелки повернется и вектор в числителе. Следовательно, суммарный угол поворота вектора $N(j\omega)$ в этом случае окажется равным нулю (так как угол поворота частного деления двух векторов равен разности их углов поворота).

Из приведенных рассуждений следует частотный критерий устойчивости замкнутых контуров Найквиста: если разомкнутый контур устойчив и общий угол поворота вектора

$N(j\omega)$ при изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ равен нулю, то контур останется устойчив и после его замыкания.

Формула для вектора $N(j\omega)$ (4.15) может быть представлена в следующем образом:

$$N(j\omega) = W_{p.c}(j\omega) - (-1),$$

т.е. вектор $N(j\omega)$ может рассматриваться как разность двух векторов: вектора $W_{p.c}(j\omega)$ и вектора, проведенного из начала координат в точку -1. Таким образом, геометрически $N(j\omega)$ изображается вектором, проведенным из точки -1, к КЧХ разомкнутого контура $W_{p.c}(j\omega)$ (рис. 4.3, а). Это позволяет дать и другую формулировку критерия: если разомкнутый контур устойчив и общий угол поворота вектора, проведенного из точки -1, к КЧХ разомкнутого контура $W_{p.c}(j\omega)$, при изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ равен нулю, то контур останется устойчивым и после его замыкания.

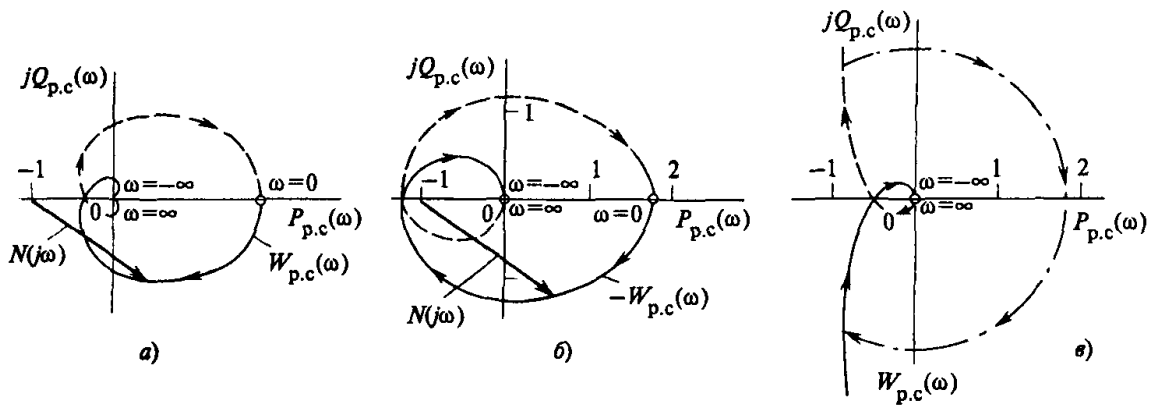


Рис. 4.3

На рис. 4.3 показаны примеры КЧХ разомкнутого контура для устойчивого в замкнутом состоянии контура (рис. 4.3, а) и для неустойчивого замкнутого контура (рис. 4.3, б). В последнем случае угол поворота вектора $N(j\omega)$ оказался равным -360° .

С геометрической точки зрения равенство нулю общего угла поворота вектора $N(j\omega)$ свидетельствует о том, что точка -1, $j0$ оказывается вне пределов области, очерчиваемой годографом $W_{p.c}(j\omega)$. Поэтому рассматриваемый критерий чаще всего формулируется следующим образом: контур, устойчивый в разомкнутом состоянии, сохранит устойчивость и после замыкания, если его КЧХ в разомкнутом состоянии не охватывает точки -1, $j0$.

Если в разомкнутом контуре имеется последовательно включенное интегрирующее звено, его КЧХ $W_{p.c}(j\omega)$ при $\omega = 0$ уходит в бесконечность; для использования критерия Найквиста в этом случае следует мысленно дополнить эту характеристику дугой бесконечно большого радиуса при $\omega = 0$ (рис. 4.3, в).

Критерий Найквиста, очевидно, может быть применен и для исследования устойчивости замкнутых контуров запаздыванием. Действительно, его формулировка остается неизменной для любой, в том числе и бесконечно большой, степени полинома $D_p(s)$ так

как, если общий угол поворота вектора $N(j\omega)$ для степени n равен нулю, то он будет также равен нулю и для $n + 1$ и т.д.

Другое важное достоинство критерия Найквиста состоит в том, что его можно использовать, когда модель объекта получена экспериментально в виде частотных характеристик. В принципе, в этом случае можно обойтись без поиска дифференциального уравнения и его характеристического уравнения.

Можно дать и другое доказательство критерия Найквиста. Каждой точке плоскости $s = \sigma + j\omega$ (см. рис. 4.1) соответствует определенная точка плоскости $N(s)$. В частности, точкам, изображающим корни s_1, s_2, \dots функции $N(s)$ в плоскости s , соответствует начало координат в плоскости $N(s)$. Движению точки в плоскости s вдоль мнимой оси $s = j\omega$ от $\omega = -\infty$ до $\omega = +\infty$ соответствует движение точки в плоскости $N(s)$ вдоль кривой $N(j\omega)$. Заметим теперь, что если система устойчива, все корни s_1, s_2, \dots должны располагаться слева от мнимой оси плоскости s , т.е. в плоскости корней функции $N(s)$, начало координат должно быть слева от $N(j\omega)$ при изменении ω от $\omega = -\infty$ до $\omega = +\infty$.

Критерий Найквиста может быть обобщен на случай, когда разомкнутый контур неустойчив.

Предположим, что разомкнутый контур неустойчив из-за того что среди корней его характеристического уравнения и разомкнутого состояния $D p c(s) = 0$ имеется l корней, расположенных в правой полуплоскости. В этом случае характеристический вектор $D p c(j\omega)$ при изменении ω от $\omega = -\infty$ до $\omega = +\infty$ совершает поворот против часовой стрелки на угол $(n - l) \pi/2 - l \pi/2 = (n - 2l) \pi/2$. Если система после замыкания останется устойчивой, характеристический вектор замкнутой системы $K p c(j\omega) + D p c(j\omega)$ по-прежнему совершит поворот на угол $n\pi/2$, а общий угол поворота вектора $N(j\omega)$. (4/15) окажется равным $n\pi/2 - (n - 2l) \pi/2 = l\pi$. Таким образом критерий Найквиста приобретает здесь следующую формулировку: неустойчивый разомкнутый контур, характеристическое уравнение которого имеет l корней справа от мнимой оси, после замыкания станет устойчивым, если вектор $N(j\omega)$, проведенный из точки $-1, j0$ к отрицательной характеристике разомкнутого контура $-W p c(j\omega)$, при изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ совершит общий поворот против часовой стрелки на угол $l\pi$.

Обратим внимание, что в рассматриваемом случае для устойчивости замкнутого контура необходимо, чтобы характеристика $W p c(j\omega)$ охватывала точку $-1, j\omega$.

Задание 10.3. Грубость и робастность систем управления

Ответ:

Цель исследования устойчивости динамических систем после их линеаризации по методу малых отклонений, по существу, состоит в проверке возможности их реального функционирования при отсутствии сколько-нибудь заметных возмущений. Реальность же физического мира состоит в том, что даже при таких условиях система неизбежно будет находиться под воздействием мелких функциональных возмущений, которые для

неустойчивой системы могут послужить своеобразным «запалом», приводящим к возникновению собственного движения системы с бесконечно нарастающей амплитудой.

Другая реальность, которую необходимо учитывать при проектировании систем управления, состоит в том, что исходные данные для расчетов (структура и параметры модели объекта) задаются всегда с некоторой, обычно даже неизвестной погрешностью; с определенной погрешностью реализуются также найденные в результате расчетов параметры регулятора. Соответственно для полной уверенности в работоспособности системы необходимо еще выяснить, сохранит ли система устойчивость при возможных, пусть даже малых вариациях ее параметров относительно их расчетных значений. Системы, которые удовлетворяют этому требованию, называют грубыми.

Поскольку реально функционирующие системы должны быть не только устойчивыми, но и обладать определенным запасом устойчивости (т.е. их переходные процессы должны не просто затухать, но затухать достаточно интенсивно), то и грубость системы не может еще считаться достаточным признаком ее работоспособности – необходимо, чтобы при возможных вариациях система сохраняла должный запас устойчивости.

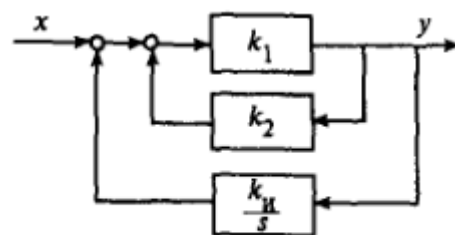


Рис. 4.15

Изменение тех или иных свойств системы, в частности, изменение ее запаса устойчивости, вызванное вариациями ее параметров, называется чувствительностью системы. Системы, сохраняющие при всех возможных вариациях параметров необходимый запас устойчивости, получили название робастных.

Количественное изменение свойств системы, вызванное изменением свойств отдельных ее элементов, может быть охарактеризовано функцией чувствительности

$$V(s) = \frac{d\Phi(s)}{dW_{\delta}(s)}, \quad (4.38)$$

где $\Phi(s)$ и $W_{\delta}(s)$ – передаточные функции замкнутого контура и варьируемого элемента соответственно.

Знание функции чувствительности позволяет в первом приближении при малых вариациях оценить эффект изменения $\Phi(s)$:

$$\Delta\Phi(s) = V(s)\Delta W_{\delta}(s) \quad (4.39)$$

При оценке робастности системы достаточно оперировать с модулем КЧХ $\Phi_{yu}(j\omega)$, изменение которого непосредственно определяется вариациями КЧХ разомкнутого контура:

$$|\Delta\Phi_{yu}(j\omega)| = V_P(\omega)\Delta P(\omega) + V_Q(\omega)\Delta Q(\omega)$$

$$(4.40)$$

где $\Delta P(\omega)$ и $\Delta Q(\omega)$ – вариации вещественной и мнимой составляющих КЧХ разомкнутого контура $W_{p.c}(j\omega)$; $V_p(\omega)$ и $V_Q(\omega)$ – соответствующие функции чувствительности:

$$V_p(\omega) = \frac{\partial |\Phi_{yu}(j\omega)|}{\partial P(\omega)}; \quad V_Q(\omega) = \frac{\partial |\Phi_{yu}(j\omega)|}{\partial Q(\omega)}$$

Учитывая зависимость $|\Phi_{yu}(j\omega)|$ от $P(\omega)$ и $Q(\omega)$, определяемую из (3.39), (3.42):

$$|\Phi_{yu}(j\omega)| = \sqrt{\frac{(P^2 + Q^2)}{[(1 - P^2) + Q^2]}} \quad (4.42)$$

формулы (4.41) могут быть представлены следующим образом:

$$V_p = \frac{P - P^2 + Q^2}{(P^2 + Q^2 - 2P + 1)^{1,5} (P^2 + Q^2)^{0,5}};$$

$$V_Q = \frac{Q(1 - 2P)}{(P^2 + Q^2 - 2P + 1)^{1,5} (P^2 + Q^2)^{0,5}}. \quad (4.43)$$

Формулы (4.40), (4.43) позволяют по заданной КЧХ $W_{p.c}(j\omega)$ и ее вариациям $\Delta P(\omega)$ и $\Delta Q(\omega)$ определить изменение $|\Phi_{yu}(j\omega)|$, а следовательно, найти варьированную АЧХ замкнутой систем:

$$|\Phi_{yu}(j\omega)|_{вар} = |\Phi_{yu}(j\omega)| + \Delta |\Phi_{yu}(j\omega)|. \quad (4.44)$$

Максимум этой характеристики и определит варьированное значение показателя колебательности $M_{вар}$, характеризующее изменение запаса устойчивости системы.

В свою очередь, вариации $\Delta P(\omega)$ и $\Delta Q(\omega)$ могут быть легко определены по вариациям КЧХ объекта и регулятора. Так, при вариации КЧХ объекта

$$\Delta W_{p.c}(j\omega) = W_p(j\omega) \Delta W_\mu(j\omega), \quad (4.45)$$

где $\Delta W_\mu(j\omega) = W_\mu(j\omega) - W_\mu^0(j\omega)$ – вариация КЧХ объекта относительно ее неварьированного значения $W_\mu^0(j\omega)$.

Вариация КЧХ объекта и регулятора могут быть заданы, если известны возможные изменения их коэффициентов.

На практике часто число таких коэффициентов может оказаться относительно большим, а характер их взаимного влияния трудно предсказуемым. Кроме того, при экспериментальном определении КЧХ объектов оценка каждого ее вектора обычно осуществляется с погрешностью ΔA_{μ}^{\max} , для которой известен только ее модуль; иначе говоря, конец оцениваемого вектора $W_{p.c}(j\omega)$ может располагаться в пределах окружности радиуса ΔA_{μ}^{\max} (рис. 4.16) с центром в конце вектора, найденного из эксперимента.

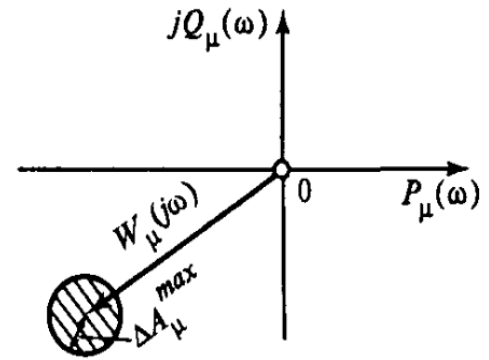


Рис. 4.16

В указанных случаях приходится ориентироваться на возможную наиболее неблагоприятную ситуацию.

Очевидно, что это будет тогда, когда изменение КЧХ $W_{p.c}(j\omega)$ будет происходить по градиенту функции двух переменных (4.42), т.е. когда изменения ΔP и ΔQ будет соответственно пропорциональны V_P и V_Q . В этом случае формула (4.40) с учетом (4.45) примет следующий вид:

$$\Delta |\Phi_{yu}(\omega)|_{\max} = V_{\max(\omega)} \Delta A_{\mu}^{\max}, \quad (4.46)$$

где

$$V_{\max(\omega)} = \sqrt{V_P^2(\omega) + V_Q^2(\omega)} |W_p(j\omega)|. \quad (4.47)$$

Подобным же образом определяется и изменение запаса устойчивости, вызванное вариациями параметров регулятора, хотя в этом случае из-за относительно небольшого их числа обычно можно пользоваться формулой (4.40).

После определения максимума варьирования АЧХ замкнутого контура и варьирования значения частотного показателя колебательности $M_{\text{вар}}$ оценивается его превышение над первоначально заданным значением этого показателя $\Delta M_{\text{вар}} = M_{\text{вар}} - M$. Если это отклонение невелико и его можно считать несущественным, найденная настройка регулятора считается окончательной. В противном случае производят повторный расчет параметров настройки, ориентируясь на уменьшенное значение показателя колебательности $M_{\text{доп}} - \Delta M_{\text{вар}}$, с последующей аналогичной проверкой значения варьированного показателя колебательности. В принципе, подобное уточнение может понадобиться сделать несколько раз, хотя обычно делать это не приходится.

Задание 10.4. Интегральные показатели точности управления.

Ответ:

Максимальное отклонение h_{\max} переходной характеристики системы управления обычно не удается связать с параметрами настройки контроллера (регулятора) достаточно простой зависимостью, которая позволила бы успешно решать задачу их оптимизации. Кроме того, обычно качество функционирования системы управления определяется не только максимальным отклонением управляемой величины, но также длительностью

существования этого отклонения, т.е. важно, чтобы отклонение было не только небольшим, но и кратковременным.

Удобным обобщенным показателем точности функционирования системы, учитывающим одновременно оба этих требования, может быть площадь под графиком переходной характеристики системы, определяемая интегралом от ее модуля:

$$I_{mod} = \int_0^{\infty} |h(t)| dt$$

Вместо этого интеграла можно рассматривать интеграл от квадрата переходной характеристики:

$$I_{кв} = \int_0^{\infty} h^2(t) dt$$

Возведение в квадрат необходимо для того, чтобы устранить влияние отрицательных значений характеристики $h(t)$, имеющих место в колебательных системах, на оценку площади под ее графиком.

Показатель точности функционирования системы управления, определяемый последней формулой, получил название квадратичного показателя.

На практике обычно минимизация любого из приведенных выше показателей (5.6) и (5.7) выполняется при некоторых ограничениях, прежде всего при ограничении на запас устойчивости системы (4.21), (4.31).

При введении ограничений на запас устойчивости, гарантирующих достаточно интенсивное затухание собственных колебаний системы, вместо интеграла от модуля и квадрата переходной характеристики (5.6), (5.7) в качестве показателя точности функционирования системы может быть использовано просто значение интеграла от переходной характеристики:

$$I_{лин} = \int_0^{\infty} h(t) dt \tag{5.8}$$

Этот показатель получил название линейного интегрального показателя.

Квадратичный и линейный интегральные показатели могут быть вычислены непосредственно по передаточной функции и КЧХ системы.

Линейный интегральный показатель. Из формулы преобразования Лапласа (2.9) следует, что

$$\int_0^{\infty} x(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} X(s). \tag{5.9}$$

Но так как изображение переходной характеристики системы связано с передаточной функцией $W(s)$ соотношением $\frac{W(s)}{s}$, то

$$I_{\text{лин}} = \lim_{s \rightarrow 0} W(s) / s \quad (5.10)$$

Если отыскивается значение интегрального критерия для одноконтурной системы регулирования (см. рис 3.1), передаточная функция которой относительно произвольного возмущения $\lambda(t)$ определяется (3.41), то (5.10) приобретает следующий вид:

$$I_{\text{лин}} = \lim_{s \rightarrow 0} W(s) / \{s[1 + W_{\mu}(s)W_p(s)]\} \quad (5.11)$$

Если, кроме того, в системе используется любой регулятор с интегралом в алгоритме функционирования (И-, ПИ-, ПИД-регулятор), то после подстановки в (5.11) выражений (3.43), (3.47), (3.49) для их передаточных функций можно получить:

для систем с И-регулятором

$$I_{\text{лин}} = k_{\lambda} / (k_{\mu} k_u) \quad (5.12)$$

для систем с ПИ- и ПИД-регуляторами

$$I_{\text{лин}} = k_{\lambda} T_u / (k_{\mu} k_n) \quad (5.13)$$

где k_{λ} и k_{μ} – коэффициенты передачи объекта по соответствующим каналам.

Из последних формул следует, что для минимизации линейного интегрального показателя точности следует стремиться к возможно большему значению коэффициента передач И-регулятора или к возможно большему отношению $\frac{k_{\text{п}}}{T_{\text{н}}}$ для ПИ- и ПИД-регуляторов:

$$k_{\text{п}} \rightarrow \max; \frac{k_{\text{п}}}{T_{\text{н}}} \rightarrow \max. \quad (5.14)$$

При вычислении линейного интегрального показателя для систем с П-регулятором, прежде чем совершать предельный переход (5.11), следует из изображения переходной характеристики вычесть изображение ее установившегося значения $\frac{h_{\text{уст}}}{s}$; в свою очередь, можно определить по (2.14):

$$h_{\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} \Phi_{y\lambda}(s) = k_{\lambda} / (1 + k_n k_{\mu}) \quad (5.15)$$

Из этой формулы следует, что для минимизации остаточной неравномерности следует стремиться к возможно большему значению коэффициента передачи регулятора.

Обратим внимание на одно важное положительное свойство линейного интегрального показателя – инвариантность относительно выбора возмущений, по каналам действия которых он минимизируется. Иначе говоря, выполнение условий (5.14) гарантирует минимизацию показателя относительно каждого действующего на объект возмущения как контролируемого, так и неконтролируемого. Обращает на себя внимание также исключительная простота расчетов – для минимизации показателя вообще нет необходимости в знании математической модели объекта.

Квадратичный интегральный показатель. Выходная величина системы $y(t)$ связана со своим изображением по Фурье $Y(j\omega)$ обычным соотношением обратного преобразования (2.72)

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) e^{jt\omega} d\omega$$

Умножим обе части выражения на $y(t)$ и проинтегрируем их:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) e^{jt\omega} d\omega \right] dt$$

или сменив порядок интегрирования, запишем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{jt\omega} dt \right] d\omega$$

Заметив теперь, что $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{jt\omega} dt = Y(-j\omega)$, последнее выражение перепишем следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) Y(-j\omega) d\omega \quad (5.16)$$

Следовательно, формулу для вычисления квадратичного интегрального показателя (5.7) можно записать следующим образом:

$$I_{кв} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi_{y\lambda}(j\omega)}{j\omega} \frac{\Phi_{y\lambda}(-j\omega)}{-j\omega} d\omega \quad (5.17)$$

где определяется из (3.14).

С учетом (2.75), (2.77) последнюю формулу можно записать иначе:

$$I_{кв} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\Phi_{y\lambda}(j\omega)}{j\omega} \right|^2 d\omega \quad (5.18)$$

Следует обратить внимание на то, что интегральный квадратичный показатель не инвариантен относительно возмущений, действующих по различным каналам, поэтому может оказаться, что параметры настройки, минимизирующие этот критерий при

действию одного возмущения, не будут оптимальными по отношению к другим возмущениям.

Задание 10.5. Расчет параметров настройки системы с добавочной информацией о вспомогательных регулируемых величинах.

Ответ:

Начнем с расчета оптимальных параметров настройки системы с одним регулятором, на вход которого подается, помимо главной регулируемой величины, предварительно скорректированная вспомогательная регулируемая величина (рис. 7.7, б). На практике обычно принято использовать в этой схеме ПИ-регулятор, а вспомогательную регулируемую величину корректировать в дифференциаторе (реальном дифференцирующем звене); их передаточные функции определяются формулами:

$$W_p(s) = k_n \left(1 + \frac{1}{T_n s} \right); \quad D(s) = k_d \frac{T_d s}{T_d s + 1}, \quad (7.28)$$

где k_n, T_n — коэффициент передачи и постоянная времени интегрирования регулятора; k_d, T_d — коэффициент передачи и постоянная времени дифференциатора.

Необходимость дифференцирования вспомогательной регулируемой величины прежде всего определяется требованиями к статике систем регулирования — вспомогательный сигнал на входе в регулятор должен исчезнуть по окончании процесса регулирования, так как в противном случае регулятор будет поддерживать не заданное значение регулируемой величины, а сумму заданного значения и вспомогательной регулируемой величины. Кроме того, дифференцирование вспомогательного сигнала может также способствовать улучшению динамики системы регулирования.

Передаточная функция замкнутой системы, определяющая изменение главной регулируемой величины Y , вызванное действием возмущения λ , которое приложено к произвольной точке объекта, определяется формулой:

$$\Phi_{y\lambda}(s) = \frac{W_{y\lambda}(s)[1 + W_z(s)W_p(s)D(s)] - W_y(s)W_{z\lambda}(s)W_p(s)D(s)}{1 + W_z(s)W_p(s)D(s) + W_y(s)W_p(s)}, \quad (7.29)$$

где $W_y(s), W_z(s), W_{y\lambda}(s), W_{z\lambda}(s)$ — передаточные функции объекта по каналам регулирующего и возмущающего воздействий на основную и вспомогательную регулируемые величины соответственно.

Ограничение на запас устойчивости обоих контуров вводится в виде требования, чтобы их частотные показатели колебательности одновременно не превышали допустимого значения. Иначе говоря, расчет системы будет производиться не последовательно по контурам, а одновременно по обоим контурам. Определение этих показателей производится по АЧХ замкнутых контуров, соответствующих передаточным функциям:

$$\Phi_y(s) = \frac{W_{sy}(s)}{1 + W_{sy}(s)}; \quad \Phi_z(s) = \frac{W_{sz}(s)}{1 + W_{sz}(s)}. \quad (7.30)$$

Передаточные функции соответствующих разомкнутых контуров определяются формулами:

$$W_{sy}(s) = \frac{W_p(s)W_y(s)}{1 + W_p(s)D(s)W_z(s)}; \quad (7.31)$$

$$W_{sz}(s) = [W_z(s)D(s) + W_y(s)]W_p(s). \quad (7.32)$$

При получении этих передаточных функций предполагается, что размыкание главного контура осуществляется устранением главной обратной связи, а вспомогательный контур размыкается до (точка А на рис. 7.7,б) или после регулятора.

Определение интегрального линейного показателя производится по передаточной функции (7.29), которую следует разделить на s , а затем положить $s = 0$:

$$I_{лин} = \frac{T_{II}}{k_{II}k_y} \left[k_{y\lambda} + k_{II}k_d \frac{T_D}{T_{II}} (k_z k_{y\lambda} - k_y k_{z\lambda}) \right]; \quad (7.33)$$

здесь k — коэффициенты передачи соответствующих индексам передаточных функций объекта. В частности, для возмущения, входящего в объект совместно с регулирующим воздействием, это выражение упрощается:

$$I_{лин} = \frac{T_{II}k_{y\lambda}}{k_{II}k_y} \quad (7.34)$$

и совпадает с выражением для этого показателя в одноконтурной системе.

Применение рассматриваемой системы оказывается особенно эффективным, когда инерционность вспомогательного контура мала (сравнительно с инерционностью главного канала), а основной вес имеют возмущения входящие в объект со стороны регулирующего органа. Именно для этого случая и разработаны известные к настоящему времени методы расчета таких систем.

Покажем, что при этих условиях расчет двухконтурной системы сводится к расчету одноконтурной. Действительно, если вспомогательный контур имеет малую инерцию по сравнению с главным, то процессы регулирования, протекающие в этом контуре, заканчиваются раньше, чем начинаются процессы в главном. Следовательно, процессы во вспомогательном контуре можно рассматривать изолированно от общих процессов регулирования, причем, для того чтобы они были быстрыми, следует устанавливать сравнительно большой коэффициент передачи регулятора.

Разомкнем главную обратную связь в структуре системы на рис. 7.7 б; передаточная функция разомкнутой таким образом системы будет определяться формулой (7.31). При $W_p(s) \rightarrow \infty$ она приобретает следующий вид:

$$W_{sy}(s) = \frac{W_y(s)}{W_z(s)D(s)} \quad (7.35)$$

Таким образом при достаточно большом коэффициенте передачи регулятора свойства системы перестают зависеть от свойств этого регулятора, а сама система ведет себя как одноконтурная система, объект которой является виртуальным (физически не существующим) с передаточной функцией:

$$W_{yep}(s) = W_y(s)/W_z(s) \quad (7.36)$$

А виртуальный регулятор

$$R_{yep}(s) = 1/D(s) \quad (7.37)$$

В частности, если в последнюю формулу подставить передаточную функцию дифференцирующего звена (7.28), получим передаточную функцию виртуального ПИ-регулятора, в которой следует положить

$$k_{П.ВР} = 1/k_d; \quad T_{И.ВР} = T_d. \quad (7.38)$$

Расчет систем с малой инерционностью вспомогательного контура оказывается предельно простым, так как определение настройки корректора и регулятора может производиться отдельно, причем расчет можно начинать либо с расчета корректора последующим расчетом регулятора, либо с расчета регулятора, а затем корректора. В первом случае порядок расчета может быть следующим:

1. По передаточной функции виртуального объекта (7.36) определяют настройку виртуального ПИ-регулятора, после чего по (7.38) находят параметры настройки дифференцирующего звена

$$k_d = 1/k_{П.ВР}; \quad T_d = T_{И.ВР}(s) \quad (7.39)$$

2. При начальных значениях параметров настройки дифференцирующего звена по передаточной функции обобщенного объекта для регулятора

$$W_{np}(s) = W_z(s)D(s) + W_y(s) \quad (7.40)$$

Обычным порядком определяют настройку регулятора.

Заметим, что в обобщенном регуляторе нет замкнутых контуров и, следовательно, он при устойчивых каналах объекта в целом будет также устойчив. Это избавляет от опасения, что критерий устойчивости Найквиста не сможет быть применен в его обычной формулировке, т.е. гарантирует применимость частотного показателя колебательности контура по КЧХ разомкнутого контура.

3. Для проверки справедливости принятого предположения о сильном различии инерционности контуров в заключение рекомендуется построить АЧХ обоих замкнутых контуров (7.30). Резонансные пики контуров должны быть разнесены

довольно сильно вдоль оси частот, а их высота должна быть равна одному и тому же принятому при расчетах значению частотного показателя колебательности. Если расчет начинается с определения параметров настройки регулятора, то на первом этапе расчета постоянная времени дифференцирующего звена принимается бесконечно большой. Это можно сделать потому, что процессы во внутреннем контуре протекают намного быстрее, чем в главном, и поэтому дифференцирующее звено в первом приближении может рассматриваться как безынерционное звено с коэффициентом передачи k_D . Кроме того, полагая, что собственные переходные процессы во внутреннем контуре имеют длительность, намного меньшую, чем процессы во внешнем, поведение внутреннего контура рассматривается независимо от внешнего; в результате передаточная функция разомкнутого контура, свойства которого в основном влияют на настройку регулятора, принимается в виде:

$$W_{sz}(s) \approx k_{D.P} R(s) W_z(s) \quad (7.41)$$

Где $R(s)$ – передаточная функция регулятора при единичном его коэффициенте передачи,

$$k_{D.P} = k_D k_{\Pi} \quad (7.42)$$

Передаточная функция системы, разомкнутой по главной обратной связи, определяется формулой:

$$W(s) = \frac{k_{\Pi} R(s) W_y(s)}{1 + k_{D.P} D(s) R(s) W_z(s)} \quad (7.43)$$

Где

$$D(s) = \frac{T_D s}{1 + T_D(s)}$$

Итак, порядок расчетов в последнем случае может быть следующим:

1. По КЧХ вспомогательного канала объекта определяют оптимальную настройку ПИ-регулятора, коэффициент передачи которого принимается равным $k_{D.P}$.
2. Обычным порядком, задаваясь рядом значений постоянной времени дифференцирующего звена, по (7.43) при $k_{\Pi}=1$ находят значение k_{Π} для каждого выбранного T_D , и определяют затем оптимальную их комбинацию по критерию.
3. Вычисляют оптимальное значение коэффициента передачи дифференцирующего звена по формуле

$$k_D = k_{D.P} / k_{\Pi} \quad (7.44)$$

Если инерционность главного и вспомогательного каналов соизмеримы, расчет целесообразно производить методом многомерного сканирования. В этом случае порядок действий может быть следующим:

1. Определяют граничное максимальное значение постоянной времени дифференциатора. Оно может быть получено путем выполнения первого шага расчета настройки дифференциатора по формуле (7.39). Более надежно однако

выполнить расчет виртуального регулятора по КЧХ главного канала объекта, так как постоянная времени интегрирования ПИ-регулятора в одноконтурной схеме. В этом случае для расчета настройки регулятора может быть применен простой метод вспомогательной функции; в результате уменьшается на единицу размерность многомерного сканирования. Возможное увеличение числа шагов поиска не имеет существенного значения, если расчеты выполняются на ПЭВМ.

2. При фиксированном значении постоянной времени дифференциатора из полученного диапазона возможно его изменения производят постепенное, с выбранным шагом дискретности изменение коэффициента передачи дифференциатора, с определением на каждом шаге оптимума настройки регулятора и построением АЧХ контуров. Результаты, при которых хотя бы один резонансный пик АЧХ превосходит допустимое значение, игнорируют, а для остальных вычисляют значения критерия оптимальности; фиксируют настройку, при которой критерий достигает минимума. Если есть уверенность, что дальнейшее изменение коэффициента передачи дифференциатора в том же направлении не выявит нового экстремума, поиск постоянной времени дифференциатора прекращают.
3. Постоянная времени дифференциатора меняется на выбранное значение интервала дискретности поиска этого параметра, и описанная выше процедура, повторяется. Изменение постоянной времени дифференциатора с заданной дискретностью продолжается до тех пор, пока станет ясно, что дальнейшее ее изменение приведет систему в область, где требуемый запас устойчивости окажется недостижимым.
4. Из полученного таким образом массива параметров настройки, при которых достигается частный минимум критерия, выбирают те их значения, при которых достигается наименьший минимум с учетом технического ограничения на коэффициент передачи дифференциатора. Эта настройка и будет оптимальной.

В заключение, обратим внимание на то, что формула (7.37) позволяет решить и задачу выбора передаточной функции преобразователя в канале получения регулятором информации о вспомогательной регулируемой величине. Как было ранее указано, выбор этого преобразователя в виде реального дифференцирующего звена произошел чисто эвристически, по соображениям только статики регулирования. Рассматриваемые структуры первоначально применялись в схемах регулирования температуры пара паровых котлов электростанций, и инженеры-практики начали применять для ввода сигнала от температуры пара за пароохладителями так называемые «скоростные термодары». Эти термодары имели два спая, один из которых хорошо изолировался от нагрева; тем самым достигался эффект дифференцирования. Только спустя некоторое время начали выпускаться для этой цели специальные электронные приборы «дифференциаторы».

Из (7.37) следует, что если требуется получить виртуальный ПИ-регулятор в эквивалентной одноконтурной системе, то действительный преобразователь должен быть реальным дифференцирующим звеном. Если же необходимо получить виртуальный ПИД-регулятор, с передаточной функцией

$$W_p(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right),$$

(7.45)

то реальный преобразователь вспомогательной регулируемой величины должен иметь передаточную функцию следующего вида:

$$D(s) = \frac{1}{k_p T_D T_H s + T_H s + 1} I_H s$$

(7.46)

Как видим, это должно быть по-прежнему реальное дифференцирующее звено, но последовательно с ним должно быть включено добавочное апериодическое звено.

Задание 10.6. Расчет параметров настройки каскадных систем регулирования.

Ответ:

Рассмотренный в § 7.3 метод расчета параметров настройки системы с одним регулятором, на вход которого подается сигнал от скорректированной вспомогательной регулируемой величины, может быть использован и для выбора алгоритмов функционирования регуляторов и расчета их настройки в каскадной системе. Для этого следует только обратить внимание на то, что структурная схема каскадной системы (см. рис. 7.7, а) может быть преобразована в рассмотренную структурную схему, представленную на рис. 7.7, б, если передаточные функции главного и вспомогательного регуляторов в каскадной системе выбрать в виде:

$$W_{p1}(s) = 1/D(s); \quad W_{p2} = R(s)D(s), \quad (7.47)$$

где $R(s)$, $D(s)$ — передаточные функции регулятора и дифференцирующего звена в схеме на рис. 7.7, б. Так, если в этой схеме применяется ПИ-регулятор и реальное дифференцирующее звено, то эквивалентная ей каскадная система должна иметь главный и вспомогательный регуляторы с передаточными функциями соответственно:

$$W_{p1}(s) = \frac{1}{k_D} \left(1 + \frac{1}{T_D s} \right); \quad W_{p2}(s) = k_P k_D \frac{T_D T_H s + 1}{T_H T_D s + 1} \quad (7.48)$$

Таким образом, главный регулятор в схеме рис. 7.7, а должен иметь ПИ-закон регулирования с коэффициентом передачи и постоянной интегрирования $k_{p1} = 1/k_D$; $T_H = T_D$, а вспомогательный регулятор должен представлять собой ИД-звено (3.11)

Нетрудно видеть, что полученный таким образом вспомогательный регулятор обладает реальным ПД-законом регулирования, т.е. формируемое им регулирующее воздействие оказывается пропорциональным взвешенной сумме отклонения регулируемой величины и ее первой производной (реальной):

$$W_{p2}(s) = k_{P2} \left(\frac{T_{D2} s}{T_{\phi} s + 1} + 1 \right), \quad (7.49)$$

причем параметры этого регулятора (коэффициент передачи, постоянная времени дифференцирования и постоянная времени фильтра k_{p2}, T_{D2}, T_{ϕ}) определяются из

условия совпадения этой передаточной функции со второй передаточной функцией в (7.48):

$$k_{\Pi 2} = k_{\Pi} k_{\Delta} \frac{T_{\Delta}}{T_{\Pi}} ; \quad T_{\Delta 2} = T_{\Pi} - T_{\Delta}; \quad T_{\Phi} = T_{\Delta}. \quad (7.50)$$

Частным случаем ПД-алгоритма регулирования является П-алгоритм, когда устраняется компонента по производной.

Следует сказать, что в практике автоматизации технологических процессов оба регулятора в каскадных схемах традиционно выбирают в виде ПИ-регуляторов. Здесь по-видимому сказались инерционность мышления, когда исходя из опыта проектирования одноконтурных систем сформировалось представление, что ПИ-алгоритм регулирования превосходит по своим качествам П-алгоритм. Как видим, при переходе к двухконтурным системам некоторые установившиеся представления должны быть подвергнуты сомнению. Анализ свидетельствует, что за исключением редких случаев (весьма малой инерции вспомогательного канала объекта, когда процессы во вспомогательном и главном контурах протекают практически независимо, т.е. когда имеются две независимые одноконтурные системы) применение интегральной составляющей во вспомогательном регуляторе оказывается не только излишним, но и вредным. Действительно, ввод этой составляющей в общем случае диктуется необходимостью устранять остаточную неравномерность регулирования. Однако в каскадной системе эти функции уже выполняет интегральная составляющая главного регулятора. В то же время введение такой составляющей, как правило, уменьшает запас устойчивости системы.

Если технические возможности не позволяют реализовать во вспомогательном регуляторе ПД-алгоритм (например, при реализации системы на аналоговой технике), следует остановиться не на ПИ-, а на простейшем П-алгоритме регулирования. В этом случае расчет следует производить методом сканирования, аналогично тому, как это было сделано в § 7.3, но применительно к структуре каскадной системы. Остановимся на этом случае подробнее.

Резонансные пики АЧХ контуров в этой структуре оцениваются по передаточным функциям главного и вспомогательного контуров

$$\Phi_y(s) = \frac{W_{sy}(s)}{1 + W_{sy}(s)}; \quad \Phi_z(s) = \frac{W_{sz}(s)}{1 + W_{sz}(s)},$$

где $W_{sy}(s) = W_{p1}(s)W_{ey}(s)$; $W_{sz}(s) = W_{p2}(s)W_{ez}(s)$ передаточные функции этих контуров в разомкнутом состоянии, причем размыкание внешнего (главного) контура производится размыканием главной обратной связи (от $y(t)$ к главному регулятору), размыкание вспомогательного контура перед входом во вспомогательный регулятор (точка А на рис. 7.7, а).

Передаточные функции $W_{y\bar{z}}(s), W_{yz}(s)$ являются передаточными функциями 0606ЩЕННЫХ объектов в соответствующих контурах; они связаны с передаточными функциями реальных каналов объекта и регуляторов соотношениями:

$$W_{ey}(s) = \frac{W_{p2}(s)W_y(s)}{1 + W_{p2}(s)W_z(s)} ;$$

$$W_{ez}(s) = W_z(s) + W_y(s)W_{p1}(s).$$

Передаточная функция системы по каналу действия произвольного возмущения на главную регулируемую величину определяется формулой

$$\Phi_{y\lambda}(s) = \frac{W_{y\lambda}(s) + W_{p2}(s)[W_z(s)W_{y\lambda}(s) - W_y(s)W_{z\lambda}(s)]}{1 + W_{p2}(s)W_z(s) + W_{p1}(s)W_{p2}(s)W_y(s)} \quad (7.54)$$

здесь $W_{y\lambda}(s), W_{z\lambda}(s)$ — передаточные функции объекта по каналам действия возмущения на основную и вспомогательную регулируемые величины.

Для вычисления интегрального линейного показателя достаточно умножить формулу (7.54) на изображение единичного ступенчатого воздействия и положить после этого $s = 0$; в результате получим:

$$I = \frac{k_{y\lambda} + k_{п2} [k_{z\mu} k_{y\lambda} - k_{y\mu} k_{z\lambda}]}{k_{п2} k_{п1} k_{y\mu}}$$

Если возмущение идет со стороны регулирующего органа, эта формула упрощается:

$$I = \frac{T_{н1}}{k_{п1} k_{п2}}.$$

При ранжировании параметров системы желательно, чтобы обобщенный объект для регулятора низшего уровня имел структуру без обратных связей — это гарантирует возможность оценки показателя колебательности по К ЧХ разомкнутого контура без опасения, что разомкнутая система окажется неустойчивой (что сделает невозможным оценку запаса устойчивости по М).

Для структуры на рис. 7.7, а оба этих требования будут выполнены, если высший рейтинг присвоить главному регулятору, а низший — вспомогательному регулятору. Порядок расчета может быть в принципе таким же, как и порядок расчета системы с дифференцированием вспомогательной регулируемой величины. Вначале фиксируется значение постоянной времени интегрирования главного регулятора и при меняющемся его коэффициенте передачи определяется оптимум настройки вспомогательного регулятора с запоминанием показателя точности регулирования. Такая процедура повторяется при меняющейся с принятым шагом постоянной интегрирования регулятора. Поиск сопровождается проверкой на каждом шаге высоты двух резонансных пиков АЧХ замкнутых контуров. Из полученного массива выбирается настройка, дающая минимум показателю точности.

Начальная настройка главного регулятора может быть произведена в предположении малой инерционности вспомогательного канала объекта. Коэффициент передачи вспомогательного регулятора может быть в этом случае достаточно

большим. Выполнив поэтому в передаточной функции разомкнутой по главной обратной связи системы

$$W_{sy}(s) = \frac{W_{p1}(s)W_{p2}(s)W_y(s)}{1 + W_{p2}(s)W_z(s)}$$

пределный переход $W_{p2}(s) \rightarrow \infty$, получим

$$W_{sy}(s) = \frac{W_{p1}(s)W_y(s)}{W_z(s)}$$

Таким образом, система ведет в этом случае подобно виртуальной одноконтурной системе с одним главным регулятором и объектом с передаточной функцией (7.36). По этой передаточной функции выполняется начальная настройка главного регулятора, после чего производится расчет коэффициента передачи вспомогательного П-регулятора по КЧХ обобщенного объекта с передаточной функцией (7.53). Расчет производится методами, изложенными в гл. 5. Напомним, что для этого строим указанную КЧХ и М-окружность с центром на вещественной оси комплексной плоскости, расположенном на расстоянии σ от начала координат, и радиусом σ/M . Положение центра подбирается таким образом, чтобы указанная окружность касалась КЧХ обобщенного объекта.

Можно также обойтись без построения КЧХ разомкнутых контуров, непосредственно контролируя высоту резонансного пика АЧХ замкнутого вспомогательного контура.

После определения начальной настройки системы производится построение АЧХ обоих замкнутых контуров в целях проверки справедливости гипотезы существенного различия их инерции. Если высоты двух резонансных пиков этих характеристик приняли допустимое значение и значительно разнесены вдоль оси частот, расчет может считаться на этом законченным. В противном случае необходимо начать процедуру сканирования, выбрав в качестве ведущего главный регулятор. Конкретно шаги этой процедуры могут быть следующими:

1. Фиксируется найденное значение постоянной времени интегрирования регулятора и производится постепенное, с выбранным шагом дискретности изменения его коэффициента передачи с определением на каждом шаге оптимума настройки вспомогательного регулятора и построением АЧХ контуров. Результаты, при которых высота хотя бы одного резонансного пика АЧХ превосходила допустимое значение, игнорируются, а для остальных вычисляется значение показателя точности регулирования; фиксируется настройка, при которой этот показатель достигает минимума.

Если есть уверенность, что дальнейшее изменение коэффициента передачи главного регулятора в том же направлении не выявит нового экстремума, поиск для принятого значения постоянной интегрирования главного регулятора прекращается.

2. Постоянная времени интегрирования главного регулятора меняется на выбранное значение интервала дискретности поиска этого параметра, и описанная выше процедура повторяется. Изменение постоянной времени интегрирования главного регулятора с заданной дискретностью продолжается до тех пор, пока станет ясно, что дальнейшее ее изменение приведет систему в область, где требуемый запас устойчивости окажется недостижимым.

3. Из полученного таким образом массива параметров настройки, при которых достигается частные минимумы показателя точности регулирования, выбирается то их значение, при котором достигается наименьший минимум с учетом технического ограничения на реализацию полученных параметров регуляторов. Эта настройка и будет оптимальной.

Естественно, настройка системы может производиться в обратном представленному выше порядке, т.е. вначале по КЧХ вспомогательного канала объекта находится настройка вспомогательного регулятора, а затем по обобщенной КЧХ объекта (7.52) определяется настройка главного регулятора. После проверки соответствия показателей колебательности контуров в случае необходимости осуществляется с помощью процедуры сканирования поиск оптимума настройки обоих регуляторов. Ведущим при этом выбирается вспомогательный регулятор.

Попутно заметим, что в пособиях по ТАУ часто рекомендуется расчет ограничивать первым шагом, считая что этого достаточно для получения оптимума настройки, при чем возможность такого ограничения является положительным свойством каскадных систем. Чтобы убедиться в неверности подобной рекомендации к примеру расчёта на рис. 7.14. В результате первого шага расчетов получено значение коэффициента передачи вспомогательного П-регулятора, равное 26,29, а значения коэффициента передачи и постоянной интегрирования главного регулятора 0,179 и 4,78 с. На рис. 7.14 показаны АЧХ контуров при такой настройке. Как видим, высота максимума ФЧХ вспомогательного контура оказалась существенно выше допустимого значения 1,55. Естественно, что правильный результат и в этом случае может быть достигнут применением процедуры сканирования.

Задание 10.7. Синтез систем с компенсацией возмущения.

Ответ

Структурная схема системы регулирования с компенсацией возмущения приведена на рис. 7.15. Здесь на вход регулятора, помимо отклонения регулируемой величины $u(t) - y(t)$, подается сигнал от возмущения $\lambda(t)$, сформированный надлежащим образом в блоке компенсации возмущения с передаточной функцией $K(s)$. В другом варианте реализации такой системы сигнал от возмущения суммируется с выходным сигналом регулятора и образует регулирующее воздействие $u(t)$ (на рис. 7.15 такое подсоединение блока компенсации показано штриховой линией).

Компенсация возмущений широко используется в практике построения САУ теплоэнергетическими процессами. Так, в системе регулирования уровня воды в барабане котла (см. рис. 1.16) наряду со вспомогательной регулируемой величиной — расходом питательной воды — имеется компенсирующее воздействие от изменения расхода пара из котла.

Как и в системах со вспомогательными нерегулируемыми величинами, в системах с компенсацией возмущений преследуется та же цель — получение более своевременной информации о возмущениях. Выбор между ними определяется конкретными условиями. В первых имеется возможность получить указанную информацию даже тогда, когда возмущения недоступны для контроля; кроме того, изменение одной вспомогательной величины позволяет часто учитывать эффект действия не одного, а нескольких возмущений. Так, в схеме регулирования температуры пара (см. рис. 1.17) стабилизация температуры за пароохладителем приводит к ликвидации влияния на изменение температуры перегретого пара (основной регулируемой величины) нескольких возмущений, идущих со стороны регулирующего органа: изменения температуры пара, поступающего в пароохладитель, изменения температуры и давления поступающей в него воды. Недостаток схем со вспомогательными регулируемыми величинами состоит в появлении добавочных контуров, которые всегда являются источниками потенциальной неустойчивости системы. Кроме того, наличие инерционности и запаздывания в канале вспомогательной регулируемой величины может привести к потере эффекта от ее ввода в регулятор.

Системы с компенсацией возмущений от указанного недостатка избавлены; однако для их использования компенсируемое возмущение должно быть контролируемым, и, кроме того, каждый канал добавочной передачи информации может уменьшать вредное влияние на регулируемую величину только одного возмущения.

Изображение отклонения регулируемой величины, вызванного действием подлежащего компенсации возмущения, определяется формулой:

$$Y(s) = \frac{W_\lambda - K(s)W_\mu(s)W_p(s)}{1 + W_\mu(s)W_p(s)} \lambda(s), \quad (7.59)$$

из которой следует, что условием идеальной компенсации является выполнение требования:

$$W_\lambda(s) - K(s)W_\mu(s)W_p(s) = 0, \quad (7.60)$$

т.е. передаточная функция идеального компенсатора должна определять формулой:

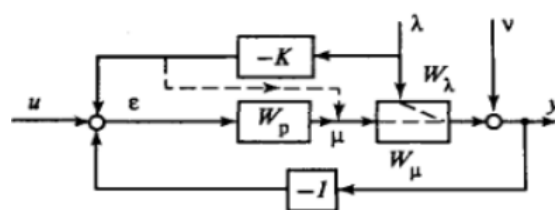


Рис. 7.15

$$K_{ид}(s) = \frac{W_\lambda(s)}{W_\mu(s)W_p(s)} \quad (7.61)$$

Такой компенсатор полностью нейтрализует действие выбранного возмущения на регулируемую величину и его можно назвать идеальным. Система регулирования с идеальным компенсатором называется инвариантной (независимой) системой.

К сожалению, идеальный компенсатор оказывается физически нереализуемым, когда в регулирующем и возмущающем каналах объекта имеется запаздывание

$$W_\mu(s) = V_\mu(s)e^{-\tau_\mu s} ;$$

$$W_\lambda(s) = V_\lambda(s)e^{-\tau_\lambda s} ,$$

причем запаздывание в регулирующем канале больше, чем в возмущающем, $\Delta\tau = \tau_\mu - \tau_\lambda > 0$. В этом случае формула (7.61) может быть переписана следующим образом:

$$K_{ид}(s) = \frac{V_\lambda(s)}{V_\mu(s)V_p(s)} e^{+\Delta\tau s} , \quad (7.62)$$

т.е. компенсатор должен обладать физически нереальными свойствами точного предсказания на будущее. Как видим, ситуация оказалась такой же, как и при синтезе командного блока. Таким же может быть и выход из нес. Приходится потребовать компенсации только для $t > \Delta\tau$, т.е. условие (7.60) переписать следующим образом:

$$V_\lambda(s) - K(s)V_\mu(s)W_p(s) = 0 \quad (7.63)$$

Тогда будет получена передаточная функция идеального, физически реализуемого компенсатора

$$K_{ид}(s) = \frac{V_\lambda(s)}{V_\mu(s)V_p(s)} \quad (7.64)$$

Чтобы уровнять степени полиномов в знаменателе и числителе этого выражения, знаменатель умножается на полином необходимой для этого степени:

$$K(s) = \frac{V_\lambda(s)}{V_\mu(s)W_p(s)P(s)} \quad (7.65)$$

Оптимизация параметров этой передаточной функции осуществляется из условия наилучшего приближения КЧХ реального компенсатора (7.65) к идеальному (7.64) при нулевой и резонансной частотах замкнутого контура системы. Обоснование такого

способа оптимизации при получении оптимальной передаточной функции командного блока см. в § 7.1.

Более простой компенсатор получается, если его выходной сигнал подавать не на вход, а на выход регулятора (как это показано штрихами на рис 7.15). В этом случае из выражений (7.64) и (7.65) исключается передаточная функция регулятора.

Задание 10.8. Многомерные системы управления.

Ответ:

Во многих встречающихся на практике случаях объект управления имеет не одну, а несколько управляемых величин и соответствующее число управляющих воздействий. С точки зрения проблемы построения САУ такими объектами существенное значение имеет структура связей внутри такого объекта между его управляющими воздействиями с одной стороны и управляемыми величинами с другой. Если каждая управляемая величина зависит только от одного «своего» управляющего воздействия (как это показано на рис. 7.19, а), никаких новых проблем по сравнению с разработкой САУ объектами с одной управляемой величиной не возникает. Просто в этом случае приходится иметь дело с большим числом обычных САУ с одной управляемой величиной. Практически никаких новых проблем не возникает, когда имеются управляющие воздействия, оказывающие влияние не только на свои, но и на другие соседние управляемые величины, но это влияние имеет односторонний характер (рис. 7.19, б). При этом в системе регулирования не возникает добавочных замкнутых контуров, и, следовательно, не усложняется проблема устойчивости системы. Управляющее воздействие соседней системы может рассматриваться только как добавочное возмущение. Если такое добавочное возмущение оказывает заметное ухудшение точности работы соседней системы, его влияние может быть уменьшено путем применения рассмотренного в § 7.5 метода компенсации возмущений. Структура системы приобретает вид, указанный на рис. 7.19, в.

Новые проблемы возникают тогда, когда в объекте имеются перекрестные связи от управляющих воздействий на управляемые величины. Такие объекты называются многомерными. Регулирование такого рода объектов может быть как

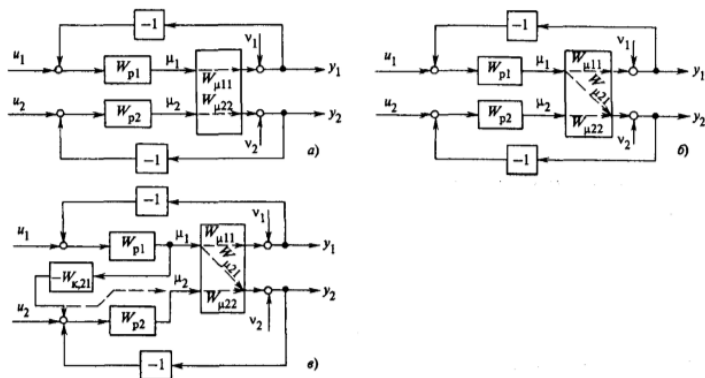


Рис. 7.19

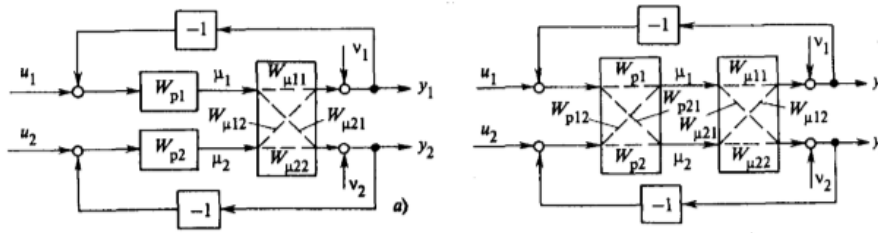


Рис. 7.20

несвязанным (рис. 7.20, а), так и связанным (рис. 7.20, б). В первом случае наличие внутренних связей в объекте не отражается на структуре регуляторов (они остаются одномерными, но их просто становится больше), во втором сохраняется один регулятор, но в него вводятся добавочные поперечные каналы воздействий. Такой регулятор называется также многомерным.

Сложность синтеза многомерных систем регулирования с перекрестными связями в объекте состоит в том, что в этом случае, вообще говоря, нельзя выбирать алгоритмы функционирования регуляторов каждой регулируемой величины по отдельности (как это допустимо в многомерных системах с односторонними поперечными связями в объектах) — здесь приходится все алгоритмы функционирования регуляторов определять совместно. В результате резко возрастает число оптимизируемых параметров настройки системы.

Одна из наиболее серьезных трудностей, возникающих при построении систем регулирования многосвязных объектов, состоит также в том, что в таких системах появляется большое число взаимопересекающихся замкнутых контуров, причем среди них могут оказаться контуры с положительной обратной связью. В результате в таких системах увеличивается опасность потери устойчивости, особенно при нестабильных свойствах объекта.

Так, уже в системе несвязанного регулирования двумерного объекта, которая была показана на рис. 7.20, а имеются три замкнутых контура — два обычных и один контур, замыкающийся по цепочке $W_{p1}(s) \rightarrow W_{\mu21}(s) \rightarrow (-1) \rightarrow W_{p2}(s) \rightarrow W_{\mu12}(s) \rightarrow (-1) \rightarrow$, причем двойная смена знака сигнала свидетельствует о том, что последний контур имеет положительную обратную связь. В системе связанного регулирования, изображенной на рис. 7.20, б, можно выделить пять замкнутых контуров.

Примером объекта с двумя регулируемыми величинами и «односторонней» связью между ними может служить барабанный котел в системе регулирования уровня воды в барабане $h_b(t)$ и давления перегретого пара $p_{п.п.}(t)$ (см. рис. 1.16). Регулирование этих величин обычно осуществляется путем изменения подвода питательной воды $\mu_{п.в.}(t)$ и топлива $\mu_{т.}(t)$. При этом очевидно, что изменение расхода питательной воды не оказывает влияния на давление перегретого пара, в то время как изменение расхода топлива влияет как на давление перегретого пара, так и на уровень воды в барабане.

Однако прямоточный котел, рассматриваемый как объект регулирования температуры за переходной зоной (являющейся аналогом уровня в барабане для барабанного котла)

$\theta_{п.з.}(t)$ (см. рис. 1.19) и давления перегретого пара $p_{п.п.}(t)$, является объектом с двусторонними (перекрестными) связями, поскольку изменение подвода питательной воды в прямоточный котел сильно влияет на давление перегретого пара.

Если системы регулирования давления пара и уровня воды барабанного котла строятся как независимые друг от друга системы (см. рис. 1.16 и 1.12), то в прямоточных котлах — это единая система регулирования двух регулируемых величин (см. рис. 1.19). Обратим, однако, внимание на то обстоятельство, что в указанной системе регулирования имеется только один блок КВ, компенсирующий влияние системы регулирования давления на систему регулирования температуры (блок воздействия системы регулирования температуры на систему регулирования давления отсутствует). Объясняется это, в частности, стремлением не образовывать лишних замкнутых контуров. В рассматриваемой системе тщательная стабилизация контура регулирования температуры за переходной зоной введением сигнала от промежуточной переменной состояния расхода питательной воды фактически изолировала эту систему от внешних возмущений, и, следовательно, она сама перестала быть источником возмущений для системы регулирования давления. Тем самым практически отпала необходимость и во введении компенсирующей связи от этой системы к системе регулирования давления.

Подобно тому, как одномерные системы состоят из одномерных звеньев, многомерные системы состоят из многомерных звеньев [18].

Линейное многомерное звено с t входами и p выходами описывается матричным соотношением вида

$$Y(s) = W(s)X(s), \quad (7.70)$$

где $X(s)$ и $Y(s)$ - векторы- столбцы изображений входных и выходных величин

$$\left. \begin{aligned} X(s) &= (X_1(s), X_2(s), \dots, X_m(s))^T \\ Y(s) &= (Y_1(s), Y_2(s), \dots, Y_n(s))^T \end{aligned} \right]$$

здесь индекс « t » обозначает операцию транспонирования; $W(s)$ — матричная передаточная функция — матрица, элементами которой являются передаточные функции отдельных каналов звена:

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s), W_{12}(s), \dots, W_{1m}(s) \\ W_{21}(s), W_{22}(s), \dots, W_{2m}(s) \\ \dots\dots\dots \\ W_{n1}(s), W_{n2}(s), \dots, W_{nm}(s) \end{bmatrix} \quad (7.71)$$

Многомерное звено системы на структурных схемах обычно изображается так, как показано на рис. 7.21.

Задание 10.9. Типовые нелинейные алгоритмы автоматического управления.

Ответ:

Хотя все технологические объекты управления в большей или меньшей степени нелинейны, в предыдущем изложении мы придерживались классической концепции Вышнеградского—Максвелла, в соответствии с которой исследование систем управления проводится методами линейной теории путем перехода к приближенным линейным моделям. Это в значительной степени предопределило и выбор алгоритмов функционирования управляющих устройств (регуляторов, блоков компенсации и командных блоков) в классе линейных алгоритмов.

Главное достоинство линейных методов состоит в общности получаемых с их помощью результатов. Однако при разработке систем управления встречаются существенно нелинейные задачи, решение которых в линейном приближении принципиально невозможно. Характер этих задач оказывается различным на различных уровнях иерархической структуры.

Так, основная задача нижнего (первого) уровня управления — уровня регулирования — состоит в устранении недетерминизма объекта, обусловленного действием неконтролируемых случайных возмущений и неполнотой априорной информации о модели объекта.

Синтез регулятора для решения подобного типа задачи может быть выполнен практически только тогда, когда поведение объекта может быть рассмотрено в линейном приближении. Обеспечить такой режим работы подсистемы регулирования обычно удается переносом функций компенсации глубоких изменений возмущений и связанных с этим изменений коэффициентов модели объекта на верхние (второй и третий) уровни системы управления. Естественно, это предъявляет добавочные требования к режимам работы объекта управления. Тем не менее реальная ситуация обычно благоприятствует такому решению. Так, если речь идет об управлении энергоблоками, сильные возмущения обусловлены либо изменением нагрузки, либо изменением структуры технологического объекта, т.е. факторов, которые доступны для контроля. Подобным же образом можно контролировать изменения заданного значения управляемых величин, и нет основания пытаться возложить на систему регулирования обработку глубоких и быстрых изменений задания — для выполнения этих функций целесообразно применять командные блоки управления. Наконец, изменение динамических свойств объекта, обусловленное изменением режимных факторов (например, глубокими изменениями нагрузки), также обычно доступно для контроля, и соответствующая коррекция может быть введена в настройку регуляторов соответствующим блоком, в памяти которого заложены соответствующие заранее рассчитанные зависимости или алгоритмы, оперативно рассчитывающие оптимальные значения параметров настройки.

В этих условиях нелинейные задачи, возникающие при разработке подсистем регулирования, в значительной мере ограничиваются проверкой устойчивости их состояния равновесия не только при малых (что обычно гарантируется линейными

критериями), но и при относительно больших отклонениях, а также выяснением влияния на устойчивость и качество работы тех или иных, как правило, нежелательных нелинейных факторов (люфтов и сухого трения в механических сочленениях, зон нечувствительности и т.п.).

Нелинейные звенья могут быть введены в состав системы регулирования и преднамеренно; в частности, в практике автоматизации определенное распространение получили нелинейные позиционные алгоритмы регулирования.

Особенность работы позиционных регуляторов состоит в том, что формируемое ими регулирующее воздействие или его скорость может принимать лишь ограниченное число фиксированных значений. Хорошо известными примерами двухпозиционных регуляторов являются регуляторы температуры бытовых электрических приборов (холодильников, утюгов и т.п.). Однако такие регуляторы можно использовать и для регулирования достаточно мощных промышленных объектов, конструкция которых допускает работу в режиме периодических включений и отключений источника энергии (например, рефрижераторов в пищевой промышленности и на транспорте). Регулирующее воздействие двухпозиционных регуляторов может принимать только два значения — максимальное и минимальное в зависимости от того, выше или ниже заданного значения находится регулируемая величина. Соответственно алгоритм функционирования двухпозиционного регулятора имеет следующий вид:

$$u(t) = \begin{cases} -c & \text{при } \xi(t) < 0; \\ c & \text{при } \xi(t) > 0, \end{cases}$$

где c — изменение регулирующего воздействия по отношению к его среднему значению.

Рассмотренные в § 1.4 электронные регуляторы при выведенной корректирующей обратной связи имеют трехпозиционный алгоритм функционирования.

В системах регулирования с позиционными регуляторами могут возникать устойчивые незатухающие колебания, получившие название автоколебаний. Естественно, что в круг задач, решаемых при разработке систем регулирования, в этом случае необходимо включить и задачу исследования возможности возникновения автоколебаний и их параметров.

Очевидно также, что во всех случаях использования нелинейных регуляторов должно быть приведено достаточно убедительное обоснование отказа от линейных регуляторов. При этом следует учитывать то обстоятельство, что критерии, применяемые при оценке качества работы линейных систем регулирования, могут оказаться непоказательными для систем с нелинейными регуляторами.

Так, принцип накопления возмущений (см. § 5.1), позволяющий определить наиболее тяжелую реализацию возмущений, приводящую к наибольшему возможному отклонению регулируемой величины от желаемого значения (напомним, что для слабоколебательных систем таким возмущением можно считать ступенчатое возмущение), справедлив только для линейных систем. Выбрав линейный алгоритм функционирования регулятора так,

чтобы отклонение регулируемой величины при расчетном ступенчатом возмущении укладывалось в допустимые пределы, можно быть уверенным, что в процессе реальной эксплуатации, когда на объект будут действовать самые разнообразные возмущения, отклонение регулируемой величины не превзойдет расчетного. По отношению же к нелинейным системам и, в частности, по отношению к системам регулирования с нелинейными регуляторами подобное утверждение будет, вообще говоря, неверным — хорошая реакция такой системы на ступенчатое возмущение вовсе не гарантирует удовлетворительного поведения системы в реальных условиях работы. Не исключено, что возникающие в процессе нормальной эксплуатации возмущения, форма которых отлична от ступенчатой, приведут к большим отклонениям регулируемой величины, чем отклонение, вызванное ступенчатым возмущением.

Кроме того, хорошая переходная составляющая реакции нелинейной системы на ступенчатое возмущение может сопровождаться автоколебаниями в установившемся режиме, что может быть недопустимым для объекта по технологическим соображениям (как это имеет место, например, для энергоблоков электростанций). Именно такая ситуация встречается в системах с двухпозиционными регуляторами — эти регуляторы очень быстро ликвидируют отклонения регулируемой величины, вызванные ступенчатым возмущением (вследствие быстрого перемещения регулирующего органа на предельно возможное расстояние), и если не обратить внимание на последующую генерацию автоколебаний, может создаться неверное представление о действительной их эффективности.

Для второго уровня иерархической структуры системы управления подсистемы формирования командных воздействий характерной нелинейной задачей является задача формирования этих воздействий с учетом ограничений на регулирующее воздействие и его производные (а возможно, и другие переменные состояния системы). Решение задачи оптимального управления в такой постановке существенно упрощается в связи с возможностью считать входное задающее воздействие детерминированной заранее известной функцией времени — чаще всего ступенчатой, когда требуется по возможности быстро перевести объект управления с одного режима на другой (например, возможно быстрее изменить нагрузку энергоблока). В этом случае нелинейную задачу оптимального управления называют задачей максимального быстродействия при наличии ограничений на управляющее воздействие.

Упрощению решения задач второго уровня способствует также практическое отсутствие случайных неконтролируемых возмущений (эти возмущения подавляются подсистемой регулирования), а отсутствие замкнутых контуров снимает проблему устойчивости.

Наконец, для третьего уровня управления характерными являются нелинейные задачи оптимизации режима работы объекта по технико-экономическим критериям и оптимизация параметров нижних уровней системы управления (адаптация к меняющимся свойствам объекта и среды функционирования).

Успешному решению задач оптимизации режима работы объекта способствует то, что устранение действия относительно быстрых возмущений и воспроизводство быстрых задающих воздействий, требующих учета динамики объекта, принимают у себя два

нижних уровня управления. Поэтому при выборе оптимизационных алгоритмов третьего уровня можно считать объект управления статическим.

Задание 10.10. Системы максимального быстродействия.

Ответ:

Перевод объекта управления в новое состояние осуществляется путем формирования соответствующего командного воздействия $u(t)$ для подсистемы регулирования (см. рис. 1.2). В § 7.1 уже были рассмотрены методы синтеза оптимальных алгоритмов функционирования командных блоков для случая, когда управляемая подсистема является линейной и отсутствуют ограничения на диапазон изменения командных воздействий. Однако введения в структуру системы управления командных блоков, как правило, требуется тогда, когда возникает необходимость в реализации достаточно сильных и быстрых изменений состояния объекта. В этих условиях предположение о линейности объекта может оказаться неправомерным, что заставляет прибегать к нелинейным методам синтеза оптимальных командных воздействий.

Критерий качества управления в этом случае обычно выбирается в виде функционала от вектора переменных состояния и командного воздействия следующего вида:

$$Q_c = \int_0^T F[z(t), u(t)] dt \rightarrow \min,$$

т.е. перевод объекта из начального состояния $z(0)$ в конечное $z(T)$ оптимален, если выбором $u(t)$ минимизируется этот критерий.

Уравнения состояния управляемой подсистемы (2.1) могут быть представлены в векторном виде:

$$z'(t) = f[z(t), u(t)] \quad (9.29)$$

Причем в число переменных состояния в общем случае включается как переменные состояния объекта, так и регулятора. Это уравнение накладывает ограничения типа равенств на выполнение критерия (9.28). Кроме того, как переменные состояния и командные воздействия могут быть наложены ограничения в виде неравенств:

$$\underline{z}_{\min} \leq \underline{z} \leq \underline{z}_{\max} \quad (9.30)$$

$$\underline{u}_{\min} \leq \underline{u} \leq \underline{u}_{\max} \quad (9.31)$$

Решение задачи оптимального (9.28) с учетом (9.29) - (9.31) может быть произведено с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина, который состоит в следующем (7):

Составляется функция (гамильтониан):

$$\mathbf{H}(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = -F(\mathbf{z}, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^T f(\mathbf{z}, \mathbf{u}). \quad (9.32)$$

Где $\boldsymbol{\lambda}^T(t) = [\lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t)]$ векторная функция, удовлетворяющая уравнению:

$$d\boldsymbol{\lambda}^T/dt = -\partial H/\partial \mathbf{z} \quad (9.33)$$

Необходимое условие выполнения критерия оптимальности (9.28) состоит в таком выборе $\mathbf{u}(t)$, при котором функция H примет свое максимальное значение на всем интервале изменения времени за исключением может быть только отдельных, относительно редко встречающихся особых случаев.

Широко распространенной на практике задачей оптимального управления является задача максимального быстродействия.

Критерий максимального быстродействия получается из (9.28), если принять,

что $F(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = 1$, т.е.:

$$Q_c = \int_0^T dt \rightarrow \min \quad (9.34)$$

При прежних ограничениях (9.29) -(9.31), т.е. управление оптимального, если при существующих ограничениях перевод управляемой подсистемы из начального состояния, характеризуемого вектором состояния $\mathbf{z}(0)$, в конечное при $\mathbf{z}(T)$ осуществляется за минимально возможное время T .

В частности, если управляемая подсистема линейна, уравнения состояния которой определяются формулой (2.1), оптимально по критерию максимума быстродействия управление имеет релейных характер-командное воздействие мгновенно переходит от

одного предельного значения $\overline{\mathbf{u}}_{\max}$ в другое $\overline{\mathbf{u}}_{\min}$ и наоборот в должном образом подобранные моменты переключений. При не колебательном характере переходных процессов в управляемой подсистеме число таких переключений не превосходит числа ее уравнений состояния.

В заключение заметим, что на практике наиболее часто ограничения в виде неравенств накладываются на управляющее воздействие объекта μ и его производные. В подобных случаях целесообразно вначале определить оптимальное управление в разомкнутой системе, когда регулятор в структуре рис. 1.2,б отсутствует и $\mu = \mathbf{u}$. После этого уже не составляет труда определить в случае необходимости и оптимальное командное воздействие в замкнутой структуре.

Задание 11

Задание 11.1 Основные фонды энергопредприятий: примеры и показатели эффективности использования.

Ответ:

Основные фонды (средства) – это объект:

предназначенный для использования в производственно-управленческой деятельности

срок службы которого более года

приносящий доход

К основным средствам относятся

- здания, сооружения, рабочие и силовые машины и оборудование,

- измерительные и регулирующие приборы и устройства,

- вычислительная техника,

- транспортные средства,

инструмент,

- производственный и хозяйственный инвентарь и др.

Основные фонды

Основные средства

Основной капитал

Экономическая характеристика основных фондов

Виды стоимости Срок полезного использования Износ (амортизация) Показатели движения Показатели эффективности использования

Основные понятия

Стоимость основных средств - это выраженная в денежной форме целевая оценка основных средств

Виды стоимости основных средств: первоначальная стоимость

остаточная стоимость

восстановительная стоимость

балансовая стоимость

ликвидационная стоимость

справедливая (рыночная) стоимость

Срок полезного использования – ожидаемый (расчетный) период использования основного средства

Износ - потеря первоначальных свойств объекта

Амортизация - стоимостное выражение износа, т.е. систематическое распределение стоимости актива на протяжении срока его полезной службы

Среднегодовая стоимость - показатель, отражающий изменение стоимости в течение года в результате движения ресурсов

Методы амортизации основных средств

Линейный метод

Метод уменьшаемого остатка

Метод списания стоимости по сумме чисел лет срока полезного использования

Метод списания стоимости пропорционально объему продукции (работ)

Линейный метод амортизации

$$A = C_n * N_a$$

A - годовая сумма амортизационных отчислений, руб.

C_n - первоначальная стоимость объекта основных средств, руб.

N_a - норма амортизации, исчисленная, исходя из срока полезного использования объекта основных средств, %

Общероссийский классификатор основных фондов

Первая группа от 1 года до 2 лет включительно

Вторая группа от 2 лет до 3 лет включительно

Третья группа от 3 лет до 5 лет включительно

Четвертая группа от 5 лет до 7 лет включительно

Пятая группа от 7 лет до 10 лет включительно

Шестая группа от 10 лет до 15 лет включительно

Седьмая группа от 15 лет до 20 лет включительно

Восьмая группа от 20 лет до 25 лет включительно

Девятая группа от 25 лет до 30 лет включительно

Десятая группа свыше 30 лет включительн

Задание 11.2 Себестоимость энергетической продукции: виды, состав и факторы формирования.

Ответ:

Основные понятия

Себестоимость - это стоимостная оценка используемых в процессе производства продукции (работ, услуг) природных ресурсов, сырья, материалов, топлива, энергии, основных фондов, трудовых ресурсов и других затрат на её производство и реализацию

Эксплуатационные расходы - расходы, необходимые для поддержания работоспособного состояния основных средств в течение всего намеченного срока службы

Калькуляция - это исчисление себестоимости единицы продукции или услуг по статьям расходов

Классификатор статей затрат

Цель использования группировок затрат	Признаки группировки затрат
В процессе принятия управленческих решений	– явные и неявные. – эффективные и неэффективные
В процессе производства продукции	– производственные – непроизводственные
В процессе прогнозирования	– краткосрочные и долгосрочные
В процессе планирования производства	– планируемые и не планируемые
В процессе нормирования.	– лимиты, нормы, нормативы, стандарты – отклонения от норм
В процессе контроля	– контролируемые и неконтролируемые
В процессе ведения учетной деятельности	– по экономическим элементам и калькуляционным статьям – одноэлементные и комплексные – постоянные и переменные – основные и накладные – прямые и косвенные – текущие и единовременные
В процессе организации производства	– по местам возникновения затрат – по видам деятельности

	– по функциям деятельности – по центрам ответственности
--	--

Классификация себестоимости по экономическим элементам затрат

материальные затраты (сырье, материалы, комплектующие, общепроизводственные расходы и т. п.);

оплата труда (зарботная плата работников предприятия);

отчисления с зарботной платы (социальное, пенсионное страхование и т.п.)

амортизация основных средств;

прочее расходы.

$$\text{Формула: } S=A+M+З$$

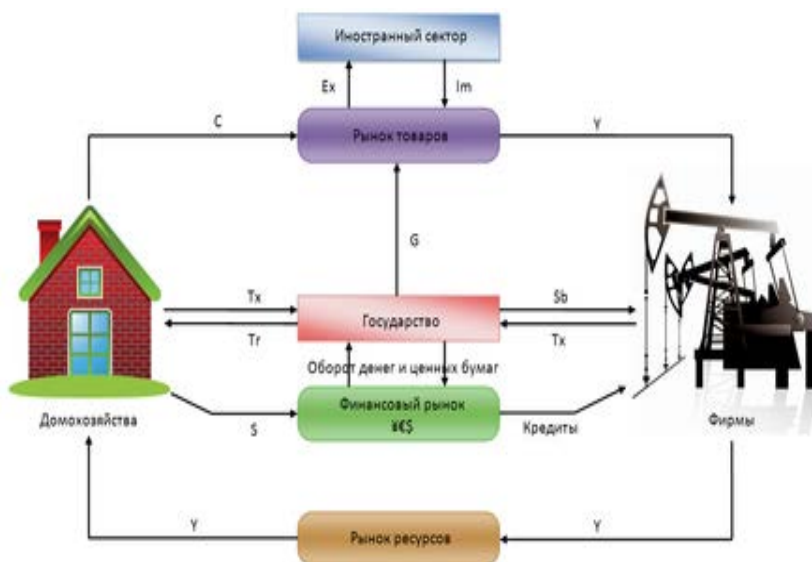
Классификация себестоимости по калькуляционным статьям

- 1) сырье и материалы;
- 2) возвратные отходы (вычитаются);
- 3) покупные изделия, полуфабрикаты и услуги производственного характера сторонних организаций;
- 4) топливо и энергию на технологические цели;
- 5) зарботную плату производственных рабочих;
- 6) отчисления на социальные нужды;
- 7) расходы на подготовку и освоение производства;
- 8) общепроизводственные расходы;
- 9) общехозяйственные расходы;
- 10) потери от брака;
- 11) прочие производственные расходы;
- 12) расходы на продажу

Задание 11.3 Структура энергетической отрасли и характеристика основных форм предприятий энергетики.

Ответ:

Четырехсекторная модель экономики



Организационно-правовые формы организаций согласно ГК РФ.

Коммерческие организации и некоммерческие организации.

Коммерческие: коммерческие корпоративные организации и коммерческие унитарные организации.

Некоммерческие: некоммерческие корпоративные организации и некоммерческие унитарные организации.

Коммерческие корпоративные организации: Полное товарищество, товарищество на вере, Крестьянское (фермерское) хозяйство, Хозяйственное партнерство, общество с ограниченной ответственностью, акционерное общество (публичное и непубличное), производственные кооперативы.

Коммерческие унитарные организации: государственные и муниципальные унитарные предприятия.

Некоммерческие корпоративные организации: потребительский кооператив, общественные организации, ассоциации и союзы, товарищество собственников недвижимости, казачьи общества внесенные в государственный реестр казачьих обществ в РФ, общины коренных малочисленных народов РФ.

Некоммерческие унитарные организации: фонды, учреждения, автономные некоммерческие организации, религиозные организации.

Отрасль – это совокупность предприятий и производств обладающих общностью производимой продукции, технологии и удовлетворяемых потребностей.

Топливо-энергетический комплекс – это совокупность отраслей экономики, связанных с производством и распределением энергии в ее различных видах и формах.

Энергетический сектор РФ обеспечивает: около $\frac{1}{4}$ производства ВВП, $\frac{1}{3}$ объема промышленного производства и доходов консолидированного бюджета, примерно $\frac{1}{2}$ доходов федерального бюджета, экспорта и валютных поступлений.



Информационная база оценки финансовой деятельности энергопредприятия – публичная бухгалтерская (финансовая) отчетность

Основные формы финансовой отчетности:

БУХГАЛТЕРСКИЙ БАЛАНС

ОТЧЕТ О ФИНАНСОВЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ

БУХГАЛТЕРСКИЙ БАЛАНС

АКТИВ	ПАССИВ
I ВНЕОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ	III КАПИТАЛ И РЕЗЕРВЫ
II ОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ	IV ДОЛГОСРОЧНЫЕ ОБЯЗАТЕЛЬСТВА
	V КРАТКОСРОЧНЫЕ ОБЯЗАТЕЛЬСТВА
ИМУЩЕСТВО	ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Основные понятия ББ

Ликвидность (активов) - это способность ценностей превращаться в деньги

Платежеспособность – готовность организации полностью расплачиваться по обязательствам в установленные сроки, основанная на поддержании необходимого уровня ликвидности ее оборотных активов.

Финансовая устойчивость – это способность организации наращивать достигнутый уровень деловой активности и эффективности бизнеса, гарантируя при этом платежеспособность, повышая инвестиционную привлекательность в границах допустимого уровня риска.

Группировка активов по степени ликвидности и пассивов по срочности оплаты

Актив	Обязательства
А1. Наиболее ликвидные активы	П1. Наиболее срочные обязательства
А2. Быстрореализуемые активы	П2. Краткосрочные обязательства
А3. Медленнореализуемые активы	П3. Долгосрочные обязательства
А4. Труднореализуемые активы	П4. Собственный капитал
ИТОГО АКТИВЫ	ИТОГО Источники финансирования

ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ БУХГАЛТЕРСКОГО БАЛАНСА СТАТИСТИКОЙ РОССИИ

Показатели	Формула расчета	Нормативное значение
1. Коэффициент текущей ликвидности	Текущие активы / текущие обязательства	1 : 2
2. Коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами	Собственный оборотный капитал / оборотные активы	$\geq 0,1$
3. Коэффициент автономии	Собственный капитал / Источники финансирования (Активы)	$\geq 0,5$

Временная оценка в экономических расчетах

Год – 360 дней

Квартал – 90 дней

Месяц – 30 дней

Отчет о финансовых результатах

Валовая прибыль (убыток)

Прибыль (убыток) от продаж

Прибыль (убыток) до налогообложения

Чистая прибыль (убыток)

Основные понятия

Рентабельность - характеристика финансового состояния компании, позволяющая оценить способность приносить прибыль на вложенные средства.

Капитализация – преобразование чистой прибыли в добавочные факторы производства (добавочный капитал)

Оборачиваемость – величина, характеризующая временной промежуток, за который осуществляется полное обращение товара, денежных средств или число этих обращений за временной промежуток

ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ ПО ОТЧЕТУ О ФИНАНСОВЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ

Показатели	Формула расчета
Рентабельность, коэф., % (коп/руб)	Прибыль / искомый показатель
К оборачиваемости, в оборотах	Выручка / искомый показатель
Оборачиваемость, в днях	$360 / K$ оборачиваемости ИЛИ $360 * \text{искомый показатель} / \text{выручка}$
Рентабельность собственных средств (ROE)	Прибыль / собственные средства
Рентабельность активов по прибыли до налогообложения (ROTA)	Прибыль / активы
Рентабельность продаж (ROS)	Прибыль / выручка
К оборачиваемости активов, в оборотах	Выручка / активы
Оборачиваемость активов, в днях	$360 * \text{активы} / \text{Выручка}$

Золотое правило экономики

$$T_{\text{нп}} > T_{\text{в}} > T_{\text{а}} > 100\%$$

$T_{\text{нп}}$ — темп изменения балансовой прибыли (прибыли до налогообложения)

$T_{\text{в}}$ — темп изменения объема продаж (выручки)

$T_{\text{а}}$ — темп изменения авансированного капитала (активов)

Задание 11.4 Ключевые и оценочные показатели деятельности энергопредприятия. Расчет удельных показателей энергопредприятия.

Ответ:

Ключевые и оценочные показатели деятельности энергокомпании:

Капитализация – дивиденды.

ROE – критерий надежности, лимит эксплуатационных расходов.

Состояние оборудования – мощность (КИУМ), производительность.

Финансовые показатели – ROTA, рентабельность продаж, коэффициент автономности, коэффициент ликвидности

Экономические показатели – выручка, затраты, прибыль на единицу мощности, численности, эксплуатационные расходы.

Парковый ресурс.

Износ основных фондов.

Коэффициент возобновляемых основных фондов.

Удельные затраты на ремонт.

Доля рынка.

Годовые показатели энергопредприятий:

Генерирующие компании: рентабельность собственного капитала, критерий надежности, лимит эксплуатационных расходов, прибыль на акцию, дивиденды, доля рынка, коэффициент износа основных фондов, коэффициент возобновления основных фондов, приведенный полезный отпуск на одного работника среднесписочной численности ППП.

Сетевые компании: структура выручки по направлениям бизнеса, транспортировка электроэнергии, технологическое присоединение потребителей, общая структура себестоимости, показатели эффективности, показатели финансово-экономической деятельности.

Задание 11.5 Оборотные фонды энергопредприятий: примеры и показатели эффективности.

Ответ:

Основные понятия

Себестоимость - это стоимостная оценка используемых в процессе производства продукции (работ, услуг) природных ресурсов, сырья, материалов, топлива, энергии, основных фондов, трудовых ресурсов и других затрат на её производство и реализацию

Эксплуатационные расходы - расходы, необходимые для поддержания работоспособного состояния основных средств в течение всего намеченного срока службы

Калькуляция - это исчисление себестоимости единицы продукции или услуг по статьям расходов

Классификатор статей затрат

Цель использования группировок затрат	Признаки группировки затрат
В процессе принятия управленческих решений	явные и неявные. эффективные и неэффективные
В процессе производства продукции	производственные непроизводственные
В процессе прогнозирования	краткосрочные и долгосрочные
В процессе планирования производства	планируемые и не планируемые
В процессе нормирования.	лимиты, нормы, нормативы, стандарты отклонения от норм
В процессе контроля	контролируемые и неконтролируемые
В процессе ведения учетной деятельности	по экономическим элементам и калькуляционным статьям одноэлементные и комплексные постоянные и переменные основные и накладные прямые и косвенные текущие и единовременные
В процессе организации производства	по местам возникновения затрат по видам деятельности по функциям деятельности по центрам ответственности

Классификация себестоимости по экономическим элементам затрат

материальные затраты (сырье, материалы, комплектующие, общепроизводственные расходы и т. п.);

оплата труда (заработная плата работников предприятия);

отчисления с заработной платы (социальное, пенсионное страхование и т.п.)

амортизация основных средств;

прочие расходы

Формула: $S=A+M+З$

Классификация себестоимости по калькуляционным статьям

- 1) сырье и материалы;
- 2) возвратные отходы (вычитаются);
- 3) покупные изделия, полуфабрикаты и услуги производственного характера сторонних организаций;
- 4) топливо и энергию на технологические цели;
- 5) заработную плату производственных рабочих;
- 6) отчисления на социальные нужды;
- 7) расходы на подготовку и освоение производства;
- 8) общепроизводственные расходы;
- 9) общехозяйственные расходы;
- 10) потери от брака;
- 11) прочие производственные расходы;
- 12) расходы на продажу

Задание 11.6 Финансовые результаты деятельности энергопредприятия.

Ответ:

Финансовый результат

Это разница между доходами и расходами организации

$$Д - Р = П(У)$$

Если Доходы \geq Расходов, то финансовый результат – прибыль

Если Расходы \geq Доходов, то финансовый результат - убыток

Виды экономической прибыли по Отчету о финансовых результатах

Валовая прибыль (убыток)

Прибыль (убыток) от продаж

Прибыль (убыток) до налогообложения

Чистая прибыль (убыток)

Виды прибыли в управленческом учете

Выручка –

Переменные затраты = Маржинальная прибыль (убыток) –

Постоянные затраты = Прибыль (убыток) от продаж

ЕВИТ- прибыль до уплаты процентов и налогов

ЕВИТДА - прибыль до вычета процентов, налогов и амортизации (позволяет грубо оценить денежный поток)

Расчет прибыли

Выручка –

Переменные затраты = Маржинальная прибыль (убыток) –

Постоянные затраты = Прибыль (убыток) от продаж

ЕВИТ = стр.2300 "Прибыль (убыток) до налогообложения" + стр.2330 «Проценты к уплате» Отчет о фин. результатах

ЕВИТДА = Прибыль (убыток) до налогообложения + (Проценты к уплате + Амортизация основных средств и нематериальных активов)

Расчет коэффициентов

Коэффициент покрытия процентов (ICR) характеризует способность организации обслуживать свои долговые обязательства (ЕВИТ / проценты по долговым обязательствам) Нормальное значение $\geq 1,5$; критическое ≤ 1 .

Коэффициент отношение долга к ЕВИТДА – это показатель долговой нагрузки на организацию, ее способность погасить имеющиеся обязательства (платежеспособность) (долговые обязательства / ЕВИТДА) Нормальное значение ≤ 3 ; критическое $\geq 4-5$.

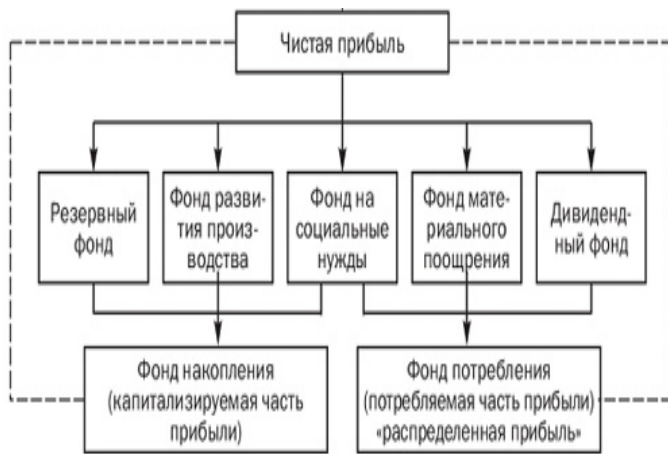
Расчет коэффициентов по данным управленческой отчетности

Рентабельность продаж – показатель финансовой результативности деятельности организации, показывающий какую часть выручки организации составляет прибыль.

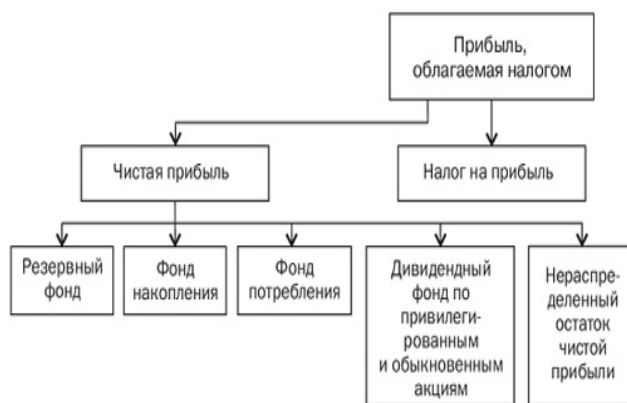
Рентабельность продаж =

ЕВИТДА / Выручка от продаж

Основные направления распределения прибыли



Распределение прибыли акционерного общества



Задание 11.7 Функции управления и особенности их реализации на энергопредприятиях.

Ответ:

Общие параметры организации

наличие общих целей;

преобразование ресурсов для достижения результата;

зависимость организации от внешней среды;

разделение труда;

образование подразделений в сложных организациях;

необходимость и наличие управляющего органа



Элементы внутренней среды организации

структура

цели

задачи

технологии

персонал

Этапы организации управления предприятием

Формирование целей и задач предприятия

Разработка организационной структуры

Разработка структуры управления

Разработка регламентирующих документов

Организация труда

Разработка системы управления персоналом

Внешняя среда организации - Потребители, поставщики, конкуренты,

законы и государственные органы, профсоюзы

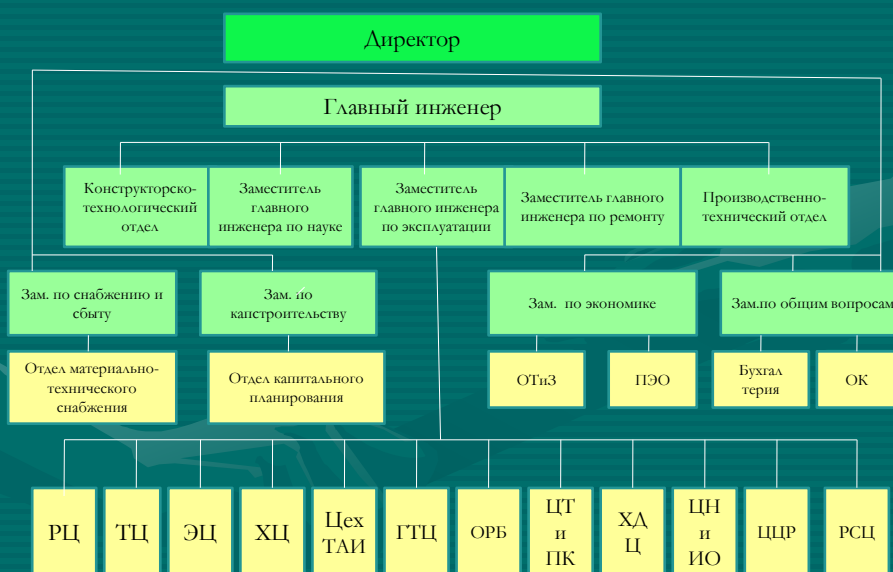
Среда косвенного воздействия - Состояние экономики. Научно-технический прогресс. Политика. Социальные факторы Международные события. Культура организации.

Жизненный цикл организации – совокупность стадий развития, которые она проходит за период своего существования

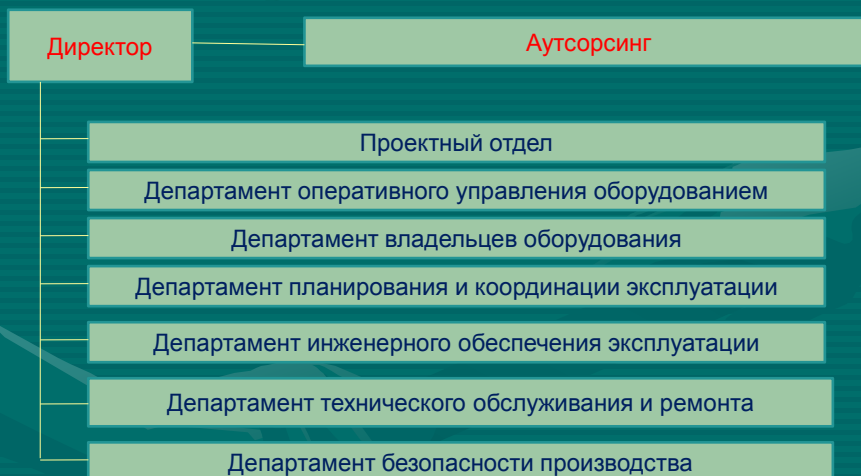
1. Рождение организации
2. Детство и юность
3. Зрелость
4. Старение организации

5. Возрождение (ликвидация)

Структура управления атомной электростанции (цеховая)



Структура управления атомной электростанции (безцеховая)



Интегральный показатель эффективности организационной структуры

$$K_{\text{эф.у}} = 1 - (C_y L_y) / (F_m E_{\text{оф}})$$

где C_y – затраты на управление, приходящиеся на одного работника управления;

L_y – удельный вес управленческих работников в общей численности персонала;

F_m – фондовооруженность;

$E_{\text{оф}}$ – фондоотдача

Особенности управления в энергетике

Корпоративное управление на энергетических предприятиях

Приоритеты управления: управление надежностью и оперативное управление

Социальное партнерство как элемент управления персоналом

Долгосрочное планирование и проектирование развития энергетики

Приоритеты Энергетической стратегии России

полное и надежное обеспечение населения и экономики страны энергоресурсами, энергетическая безопасность

снижение удельных затрат на производство и использование энергоресурсов

повышение финансовой устойчивости и эффективности использования потенциала энергетического сектора

минимизация техногенного воздействия энергетики на окружающую среду

Пути реализации стратегии

глобальная модернизация и перевод отрасли на новый технологический уровень на базе разработки и внедрения новых ключевых энергетических технологий

повышение экономической и энергетической эффективности на основе оптимального сочетания крупных системообразующих генерирующих и электросетевых объектов и распределённых приближенных к потребителям энергоисточников средней и малой мощности на базе местных топливных и возобновляемых источников энергии

трансформация и развитие ЕЭС России на основе интеллектуальных электрических сетей переменного и постоянного тока, завершения интеграции Европейской, Сибирской и Дальневосточной энергосистем, совершенствования противоаварийного управления

Основные прогнозные показатели конкурентоспособной и эффективной электроэнергетики России

увеличение доли ГЭС, АЭС и ВИЭ до 38 %

рост среднего КПД ТЭС до 41% и для ТЭС на угле и газе до 53%

снижение до 8% уровня потерь в электрических сетях

сдерживание роста тарифов на электроэнергию (они не должны превышать 9 центов /кВт час в ценах 2009 г.)

Основные инвесторы энергетической отрасли

Государство

Корпоративные инвесторы

Частные инвесторы

Иностранные инвесторы

Потребители

Государство как инвестор энергетической отрасли

Определены приоритетные направления российской модернизации
(энергоэффективность и энергосбережение)

Меры активизации инвестиций:

создание стабильного режима налогообложения и нормативно-правовой базы, защищающей и гарантирующей соблюдение в законном порядке прав и интересов инвесторов;

совершенствование нормативно-правовой базы в сфере участия иностранных инвесторов в строительстве объектов добычи, производства и транспортировки топливно-энергетических ресурсов;

развитие использования соглашений о разделе продукции (СРП) и концессионных соглашений;

развитие лизинговых отношений.

Задание 11.8 Основные принципы бизнес-планирования в энергетике.

Ответ:

Планирование – это разработка и установка руководством предприятия системы количественных и качественных показателей его развития, в которых определяются темпы, пропорции и тенденции развития данного предприятия как в текущем периоде, так и на перспективу.

Виды планирования: Перспективное (бизнес-планирование) – бизнес-план, текущее (бюджетирование) – бюджет, оперативно-производственное (календарное планирование) – оперативный план.

Количественный подход к целеполаганию: ключевые показатели эффективности, система сбалансированных показателей, система показателей, объединяющих финансовые и нефинансовые показатели.

Бизнес планирование – это построение плана, способа будущих действий, определение экономического содержания и последовательных шагов, ведущих к намеченной цели.

Функции бизнес-планирования: выработка предпринимательской стратегии; формирование комплекса шагов по реализации выбранных стратегий и по оценке эффективности их внедрения; режим привлечения необходимых ресурсов для воплощения стратегии.

Принципы бизнес-планирования: гибкость, непрерывность, коммуникативность, интерактивность, многовариантность.

Типовая структура бизнес плана: титульная страница, резюме проекта, описание компании – автора, описание товара (услуги), маркетинговый анализ, стратегия продвижения, план производства, план по персоналу, организационная структура и управление, финансовый план, анализ рисков, приложения.

Ключевые и оценочные показатели деятельности энергокомпании:

Капитализация – дивиденды.

ROE – критерий надежности, лимит эксплуатационных расходов.

Состояние оборудования – мощность (КИУМ), производительность.

Финансовые показатели – ROTA, рентабельность продаж, коэффициент автономности, коэффициент ликвидности.

Экономические показатели – выручка, затраты, прибыль на единицу мощности, численности, эксплуатационные расходы.

Парковый ресурс.

Износ основных фондов.

Коэффициент возобновляемых основных фондов.

Удельные затраты на ремонт.

Доля рынка.

Годовые показатели энергопредприятий:

Генерирующие компании: рентабельность собственного капитала, критерий надежности, лимит эксплуатационных расходов, прибыль на акцию, дивиденды, доля рынка, коэффициент износа основных фондов, коэффициент возобновления основных фондов, приведенный полезный отпуск на одного работника среднесписочной численности ППП.

Сетевые компании: структура выручки по направлениям бизнеса, транспортировка электроэнергии, технологическое присоединение потребителей, общая структура себестоимости, показатели эффективности, показатели финансово-экономической деятельности.

Содержание бизнес-плана энергокомпаний

Баланс мощности, производственная программа, запасы и расходы топлива, ремонтная программа – операционное производственное планирование и анализ.

Программа реализации, тарифы, выручка, смета затрат, достижение КПЭ (ПУИ) – планирование и факторный анализ результатов хозяйственной деятельности.

План прибылей и убытков, расходы из прибыли, движение денежных средств – операционное финансовое планирование и анализ.

Инвестиционная программа – планирование и анализ инвестиционной деятельности.

Прогнозный баланс – планирование и анализ финансового состояния.

Вспомогательные формы – отражение внутренних оборотов по консолидируемым формам.

Структура бизнес-плана энергетических компаний:

Общие сведения об акционерном обществе

Ключевые и оценочные показатели компании

Программа реализации (объемы реализации, тарифы, выручка)

Сводный баланс электрической мощности

Производственная программа

Смета затрат

План ремонтов

Инвестиционная программа

Расход и стоимость топлива

Прочие доходы и расходы

Прогноз движения денежных средств

План мероприятий по достижению КПЭ

Задание 11.9 Основы ценообразования в энергетической отрасли.

Ответ:

Цена - это фундаментальная экономическая категория, которая представляет собой денежное выражение стоимости единицы товара, т.е. это количество денег, за которое продавец согласен продать, а покупатель купить товар.

Ценообразование - процесс формирования цен на товары, характеризуемый методами, способами установления цен.

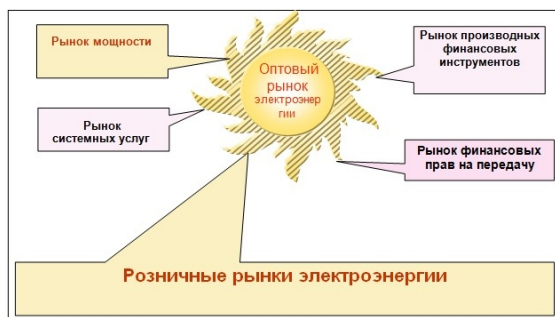
Системы ценообразования

- 1) рыночное ценообразование на основе взаимодействия спроса и предложения
- 2) централизованное государственное ценообразование на основе назначения цен государственными органами

Система энергорынков

- 1) потребительский
- 2) оптовый
- 3) организованный конкурентный

Основные типы рынков



Рынок «на сутки вперед»

Двусторонние договоры

Совмещенные конструкции

Балансирующий рынок – покупка (продажа) участниками оптового рынка объемов отклонений, определяемых как разница фактических объемов производства/потребления ЭЭ и планового почасового производства/потребления.

Особенности формирования тарифов в электроэнергетике.

Цены на энергетическую продукцию называют тарифами



О ценообразовании в области регулируемых цен (тарифов) в электроэнергетике

Ключевые понятия:

регулируемая деятельность - деятельность в сфере электроэнергетики, в рамках которой расчеты за поставляемую продукцию (услуги) осуществляются по ценам (тарифам), которые подлежат государственному регулированию

цены (тарифы) - система ценовых ставок, по которым осуществляются расчеты за электрическую энергию (мощность), а также за услуги, оказываемые на оптовом и розничных рынках электрической энергии

ценообразование - процесс расчета и установления регулируемых цен (тарифов), применяемых при расчетах за электрическую энергию (мощность), а также за соответствующие услуги, оказываемые организациями, осуществляющими регулируемую деятельность

На сегодняшний день регулируемые цены (тарифы) в электроэнергетике включают в себя следующие группы:

цены (тарифы) на оптовом рынке

цены (тарифы) на розничных рынках

цены (тарифы) на услуги, оказываемые на оптовом и розничном рынках

Регулирование цены (тарифы) на оптовом рынке

Осуществляется только на федеральном уровне

Также положениями законов определено, что с 1 января:

на территориях, объединенных в ценовые зоны оптового рынка, осуществляется:

- продажа электрической энергии (мощности) населению и приравненным к нему категориям потребителей - по регулируемым ценам (тарифам);

- продажа электрической энергии (мощности) потребителям, кроме населения, - по свободным (нерегулируемым) ценам .

на территориях, не объединенных в ценовые зоны оптового рынка ,

государственное регулирование тарифов сохраняется в полном объеме.

Регулирование цены (тарифы) на розничном рынке

Осуществляется, как и на федеральном уровне, так и на региональном

На федеральном уровне устанавливаются предельные (минимальные и (или) максимальные) уровни тарифов:

на электрическую энергию (мощность), поставляемую населению и приравненным к нему категориям потребителей;

электрическую энергию (мощность), поставляемую иным покупателям на розничных рынках.

Регулирование цены (тарифы) на розничном рынке

На региональном уровне органами исполнительной власти субъектов РФ устанавливаются фиксированные уровни тарифов:

на электрическую энергию (мощность), поставляемую населению и приравненным к нему категориям потребителей;

электрическую энергию (мощность), поставляемую иным покупателям на розничных рынках (за исключением населения) на территориях, не объединенных в ценовые зоны оптового рынка;

сбытовые надбавки гарантирующих поставщиков;

услуги на розничном рынке электрической энергии.

Основами ценообразования в области регулирования цен (тарифов) в электроэнергетике предусмотрено 2 метода:

метод доходности инвестированного капитала

метод долгосрочной индексации необходимой валовой выручки

Правила государственного регулирования (пересмотра, применения) цен (тарифов) в электроэнергетике

Основы и правила государственного регулирования цен (тарифов) в электроэнергетике, определяет границы ценовых зон оптового рынка, устанавливает правила ведения обязательного раздельного учета по видам деятельности в электроэнергетике.

В качестве примера

предельные (минимальный и (или) максимальный) уровни цен (тарифов) на электрическую энергию, поставляемую населению и приравненным к нему категориям.

предельные (минимальный и (или) максимальный) уровни цен (тарифов) на электрическую энергию (мощность), поставляемую покупателям на розничных рынках на территориях, не объединенных в ценовые зоны оптового рынка, за исключением электрической энергии (мощности), поставляемой населению и приравненным к нему категориям потребителей.

Цены (тарифы) и (или) их предельные уровни вводятся в действие с начала очередного года на срок не менее 12 месяцев.

Установление цен (тарифов) и (или) предельных уровней производится регулирующими органами путем рассмотрения соответствующих дел, если иное не предусмотрено настоящими Правилами.

Решение об установлении цен (тарифов) и (или) их предельных уровней обратной силы не имеет.

Цены (тарифы) и (или) их предельные уровни подлежат применению в соответствии с решениями регулирующих органов, в том числе с учетом особенностей, предусмотренных нормативными правовыми актами в области электроэнергетики

Задание 11.10 Оптовой и розничный рынок энергии и мощности.

Ответ:

Состав и взаимосвязи рынков в электроэнергетической отрасли

Электроэнергетическая отрасль

Вертикальная интеграция

Монополизация

Естественная-монополия

Конкурентные виды деятельности

Обобщенная схема рынков в электроэнергетике

Рынок сервисных услуг Рынок тепловой энергии

На устройство системы рынков влияют особенности энергосистемы страны:

структура генерирующих мощностей (соотношение ГЭС, ТЭС, АЭС)

особенности сетевой инфраструктуры

институциональные особенности страны

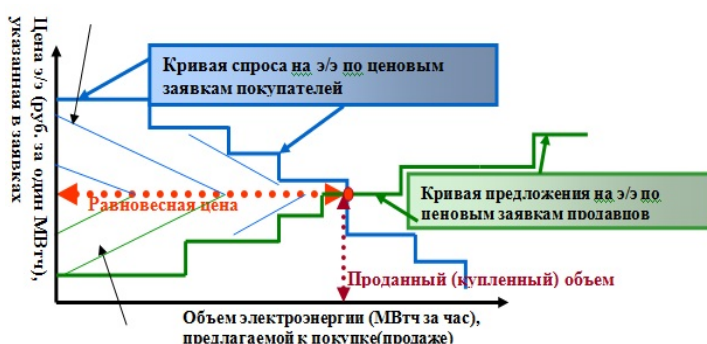
Различные типы организации торговых сделок на рынке электроэнергии:

способ торговли, основанный на централизованном планировании режимов (иногда называемый «пулом», спот-рынком, рынком «на сутки вперед»), в котором, как правило, режимы и цены определяются на основе результатов аукциона ценовых заявок поставщиков и покупателей электроэнергии;

сделки, основанные на двухсторонних договорах между генерирующими компаниями и покупателями электроэнергии;

совмещенные конструкции, дающие возможность генерирующей компании заключать двухсторонние договоры и участвовать в централизованном планировании режимов, подавая ценовые заявки.

Аукцион с маржинальным ценообразованием



*Совокупный излишек = Излишек производителя +
Излишек потребителя*

Двусторонние финансовые и физические договоры

азличают два типа договоров в электроэнергетике:

«физические» договоры;

финансовые договоры.

Договоры привлекательны для участников по следующим причинам:

долго- и среднесрочная уверенность в доходах (расходах);

хеджирование ценовых колебаний;

удобные для сторон договора порядок расчетов и платежей.

Другие типы рынков:

Балансирующий рынок

Рынок мощности

Рынок системных услуг

Розничный рынок электрической энергии

Выбор модели розничного рынка

Розничный рынок может функционировать в рамках одной из двух моделей:

монопольной, регулируемой государством, при которой на определенной территории осуществляет деятельность только один продавец электроэнергии конечным потребителям;

НЕДОСТАТКИ

нет стимулов;

абсолютно не прозрачна;

высокое сопротивление внедрению конкурентных отношений

конкурентной, при которой на определенной территории работает несколько конкурирующих между собой продавцов и/или поставщиков электроэнергии конечным потребителям.

НЕДОСТАТКИ

организационные;

финансовые;

технологические

Особенности оптового рынка в российской электроэнергетике

Субъекты российского оптового рынка:

Продавцы оптового рынка:

Покупатели оптового рынка:

Инфраструктурные организации на оптовом рынке выполняют следующие функции:

Каждый из субъектов оптового рынка играет свою роль в процессе его функционирования.

Основные принципы функционирования переходного оптового рынка электроэнергии (мощности)

Переходный оптовый рынок электроэнергии состоит из:

Рынка двусторонних договоров (регулируемых и свободных)

Конкурентного рынка на сутки вперед

Конкурентного балансирующего рынка

Переходный оптовый рынок мощности состоит из:

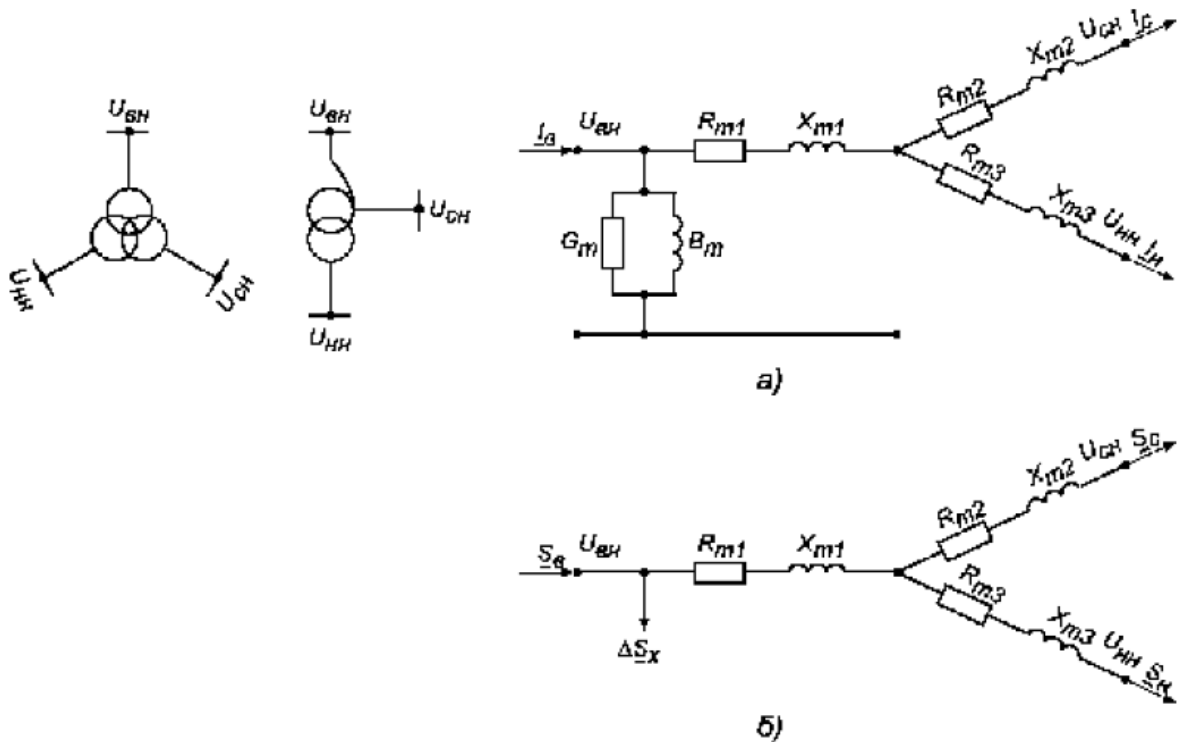
Рынка двусторонних договоров (регулируемых и свободных)

Конкурентного отбора мощности

Задание 12.

Задание 12.1. Параметры схемы замещения трехобмоточного трансформатора.

Ответ:



Активная и реактивная проводимости рассчитываются по тем же формулам, что и для двухобмоточного трансформатора.

Активная проводимость обусловлена потерями активной мощности в стали трансформатора на гистерезис и вихревые токи и определяется (для одной фазы) как:

$$G_m = \frac{\Delta P_x}{U_{\text{нн}}^2}$$

Индуктивная проводимость обусловлена основным магнитным потоком и учитывает потери реактивной мощности, расходуемые на намагничивание сердечника трансформатора. Она определяется по выражению:

$$B_m = \frac{\Delta Q_x}{U_{\text{нн}}^2}$$

где ΔQ_x - потери реактивной мощности, определяемые реактивной составляющей вектора тока холостого хода, т.е.

$$I_{xp} = \sqrt{I_x^2 - I_{x,a}^2}$$

Но ввиду малости составляющей $I_{x,a}$ принимают $I_{xp} \approx I_x$ равным по модулю вектора тока холостого хода, т.е.

$$\Delta Q_x = \frac{I_{xp} \cdot U_{\text{нн}}}{100} \cdot S_{\text{ном}}$$

Активное сопротивление каждой обмотки трансформаторов при равенстве их мощностей составляет:

$$R_{m1} = R_{m2} = R_{m3} = 0.5 \cdot R_{\text{общ}}$$

Обмотки трехобмоточного трансформатора могут иметь различные мощности. В таком случае активные сопротивления лучевой звезды определяются по потерям мощности короткого замыкания, отнесенным к соответствующим лучам:

$$\begin{cases} \Delta P_{к1} = \Delta P_{кв} = 0.5 \cdot (\Delta P_{кв-с} + \Delta P_{кв-н} - \Delta P_{сн}); \\ \Delta P_{к2} = \Delta P_{кв} = 0.5 \cdot (\Delta P_{кв-с} + \Delta P_{кв-н} - \Delta P_{сн}); \\ \Delta P_{к3} = \Delta P_{кн} = 0.5 \cdot (\Delta P_{кв-н} + \Delta P_{кв-с} - \Delta P_{сн}). \end{cases}$$

$$R_{м1} = \frac{\Delta P_{к1} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}^2};$$

$$R_{м2} = \frac{\Delta P_{к2} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}^2};$$

$$R_{м3} = \frac{\Delta P_{к3} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}^2}.$$

Индуктивные сопротивления обмоток или лучей эквивалентной звезды схемы замещения находят по соответствующим значениям напряжения короткого замыкания обмоток, определяемым по каталожным данным:

$$\begin{cases} u_{к1} = u_{кв} = 0.5 \cdot (u_{кв-с} + u_{кв-н} - u_{сн}); \\ u_{к2} = u_{кв} = 0.5 \cdot (u_{кв-с} + u_{кв-н} - u_{сн}); \\ u_{к3} = u_{кн} = 0.5 \cdot (u_{кв-н} + u_{кв-с} - u_{сн}). \end{cases}$$

Учитывая, что в трехобмоточных трансформаторах $u_{кв}$ можно принять $u_{кв}$, получаем:

$$X_{м1} = \frac{u_{к1} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}};$$

$$X_{м2} = \frac{u_{к2} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}};$$

$$X_{м3} = \frac{u_{к3} \cdot U_{вн}^2}{S_{\text{инном}}};$$

где задано в относительных единицах.

Задание 12.2. Падение напряжения. Потеря напряжения.

Ответ: Потерей напряжения в элементе электрической сети называется алгебраическая разность величин напряжений начала и конца элемента. Для ветви 1-2 на рис. 1. потеря напряжения равна:

$$\Delta U_{12} = U_1 - U_2$$

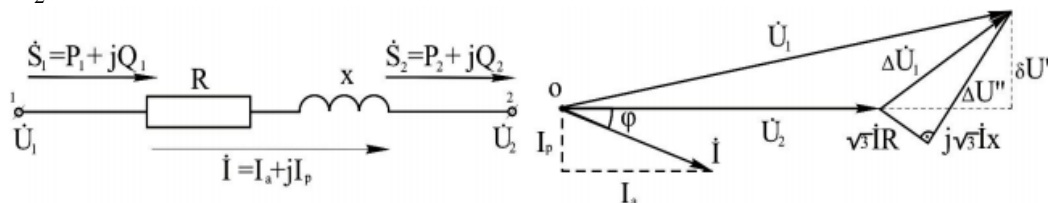


Рис. 1.

Рис.2. Векторная диаграмма напряжений, построенная по данным конца ветви

Падением напряжения в элементе электросети называется вектор, равный геометрической разности векторов напряжений начала и конца элемента. Для ветви 1-2 трехфазной сети на рис.1. линейная величина падения напряжения вычисляется по формуле:

$$\Delta U = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \sqrt{3}I(R + jX).$$

Вектор падения напряжения можно представить состоящим из продольной (ΔU) и поперечной (δU) составляющих (рис. 2). Продольная составляющая падения напряжения вычисляется по формулам:

$$\Delta U = \frac{PR + QX}{U} = \sqrt{3}(I_a R + I_p X) = \sqrt{3}I(R \cos \varphi + X \sin \varphi), \quad (1)$$

а поперечная составляющая - по формулам:

$$\delta U = \frac{PX - QR}{U} = \sqrt{3}(I_a X - I_p R) = \sqrt{3}I(X \cos \varphi - R \sin \varphi) \quad (2)$$

где φ - угол между векторами тока и напряжения.

Величины напряжения в начале и конце элемента сети связаны с продольной и поперечной составляющими падения напряжения соотношениями :

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(U_2 + \Delta U'')^2 + (\delta U'')^2}; \\ U_2 &= \sqrt{(U_1 - \Delta U')^2 + (\delta U'')^2}, \end{aligned} \right\}$$

В сетях напряжением до 110 кВ включительно влиянием поперечной составляющей падения напряжения пренебрегают, полагая $\delta U=0$. Для элементов этих сетей потеря напряжения принимается равной продольной составляющей падения напряжения и вычисляется по формуле (2).

Задание 12.3. Компенсация реактивной мощности в системах электроснабжения промышленных предприятий.

Ответ: В отличие от активной мощности реактивная мощность может генерироваться не только генераторами электростанций, но и устройствами, которые называются компенсирующими (КУ). Эти устройства располагают в непосредственной близости от потребителей. К ним относятся:

- синхронные компенсаторы (СК);
- батареи конденсаторов (БК);
- статические источники реактивной мощности (СТК или ИРМ).

Опыт эксплуатации показывает, что при номинальной нагрузке генераторы ЭС вырабатывают около 60 % требуемой реактивной мощности, 20 % генерируется линиями электропередачи высокого напряжения, 20 % вырабатывают компенсирующие устройства.

Выработка 1 кВар реактивной мощности на ЭС стоит в несколько раз дешевле, чем ее выработка с помощью КУ. Но технико-экономические расчеты показывают, что большая часть реактивной мощности должна вырабатываться КУ. Это объясняется внедрением мощных генераторов с относительно высоким $\cos \varphi$, ростом протяженности и напряжения передачи. Поэтому снижается экономичность выработки реактивной мощности генераторами ЭС.

Компенсация реактивной мощности применяется для следующих целей:

- для выполнения баланса реактивной мощности;
- для снижения потерь мощности и электроэнергии;
- для регулирования напряжения.

При использовании КУ необходимо учитывать ограничения их мощности по техническим и режимным требованиям. Мощность КУ должна удовлетворять:

- необходимому резерву мощности в узлах нагрузки;
- располагаемой реактивной мощности на ЭС;
- отклонению напряжения на шинах потребителей;
- пропускной способности ЛЭП.

Для уменьшения перетоков реактивной мощности по ЛЭП и трансформаторам КУ должны размещаться вблизи мест потребления реактивной мощности. При этом элементы сети разгружаются по реактивной мощности. Это приводит к уменьшению потерь мощности и напряжения.

Синхронные компенсаторы

Из анализа работы синхронного генератора следует, что увеличить выработку реактивной мощности можно только за счет снижения выработки активной мощности. Этот принцип реализован в синхронном компенсаторе (СК).

Синхронный компенсатор – это синхронный двигатель, который работает в режиме холостого хода, то есть практически без активной нагрузки на валу. Таким образом, СК загружен только реактивным током.

Схема замещения СК приведена на рис. 1.

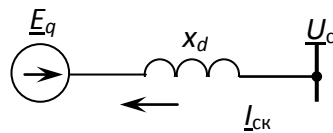


Рисунок 1 – Схема замещения СК

Напряжение сети в точке подключения СК равно сумме обратной ЭДС E_q и падения напряжения в сопротивлении x_d :

$$\underline{U}_c = \underline{E}_q + j\sqrt{3} \cdot \underline{I}_{ск} \cdot x_d.$$

Значение и знак реактивной мощности СК зависят от соотношения между ЭДС E_q и напряжением сети U_c . Поскольку $P_{ск} = 0$, то

$$Q_{ск} = S_{ск} = \sqrt{3} \cdot U_c \cdot I_{ск} = U_c \cdot \frac{U_c - E_q}{x_d}.$$

Величина ЭДС E_q определяется величиной тока возбуждения. Росту тока возбуждения соответствует увеличение ЭДС E_q .

Как и синхронный двигатель, СК может работать в двух режимах: перевозбуждения и недовозбуждения. При перевозбуждении ЭДС СК больше напряжения в точке его подключения

$$\underline{E}_q > \underline{U}_c.$$

Синхронный компенсатор генерирует в сеть реактивную мощность. Ток СК опережает напряжение на 90° . Уменьшая ток возбуждения, можно получить режим недовозбуждения. В этом режиме ЭДС СК меньше напряжения в точке его подключения $\underline{E}_q < \underline{U}_c$ и ток СК отстает от напряжения на 90° . В этом режиме СК потребляет реактивную мощность, получая ее из сети.

Батареи конденсаторов

Батареи конденсаторов применяются:

- для генерации реактивной мощности в узлах сети – поперечная компенсация. Батареи конденсаторов называют шунтовыми (ШБК);

- для уменьшения индуктивного сопротивления ЛЭП – продольная компенсация. Батареи конденсаторов называют устройствами продольной компенсации (УПК).

Шунтовые БК включают на шины ПС параллельно нагрузке, УПК включают в рассечку ЛЭП.

Батареи конденсаторов комплектуются из отдельных конденсаторов, которые соединяются последовательно и параллельно. Конденсаторы выпускаются в однофазном и трехфазном исполнении на номинальное напряжение от 0,22 до 10,5 кВ. Единичная мощность конденсаторов изменяется от 10 до 125 кВар. Увеличение напряжения достигается за счет увеличения числа последовательно включенных конденсаторов, увеличение мощности – за счет параллельного включения конденсаторов.

В сетях трехфазного тока конденсаторы включаются звездой и треугольником. Мощность батареи конденсаторов рассчитывается по формуле:

$$Q_{БК} = U^2/X_{БК},$$

где U –напряжение в месте подключения батареи конденсаторов.

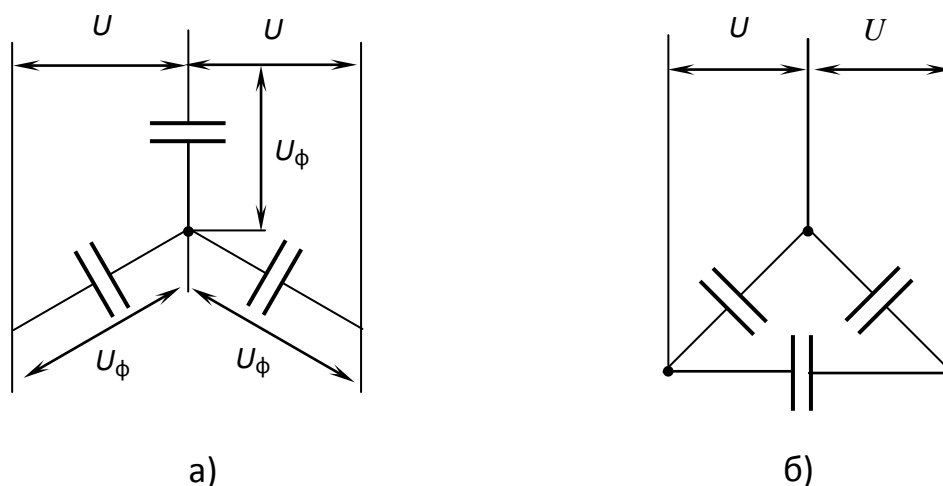


Рисунок 4 – Соединение фаз БК:

а) – звездой;

б) – треугольником.

При соединении конденсаторов звездой мощность батареи равна

$$Q_{БК} = \frac{3 \cdot U_{\phi}^2}{x_c} = 3 \cdot U_{\phi}^2 \cdot \omega \cdot C = U_{\text{ном}}^2 \cdot \omega \cdot C = \frac{U_{\text{ном}}^2}{x_c}.$$

При соединении втреугольником при использовании таких же конденсаторов мощность БК будет

$$Q_{БК} = \frac{3 \cdot U_{\phi}^2}{x_c/3} = 9 \cdot U_{\phi}^2 \cdot \omega \cdot C = 9 \cdot U_{\phi}^2 \cdot \omega \cdot C$$

в три раза больше, чем при соединении конденсаторов звездой.

При соединении конденсаторов в звезду режим работы нейтрали БК определяется режимом работы нейтрали сети, где она установлена.

Батареи конденсаторов бывают регулируемые и нерегулируемые. В нерегулируемой БК число конденсаторов неизменно. В регулируемой БК в зависимости от режима работы часть конденсаторов можно отключать. Отключение может выполняться как вручную, так и автоматически. Так как сразу отключается часть конденсаторов, то мощность БК изменяется не плавно, а ступенчато. Регулирование

бывает одноступенчатое и многоступенчатое. Одноступенчатое регулирование – это фактически нерегулируемая БК, так как можно включить или отключить сразу все конденсаторы. При многоступенчатом регулировании каждая секция БК снабжена контактором или выключателем.

Задание 12.4. Коммутационная аппаратура выше 1 кВ

Ответ: Коммутационные аппараты используются для формирования необходимых схем передачи энергии от ее источника (электростанции) к потребителю.

К коммутационным аппаратам относятся: выключатели, разъединители, короткозамыкатели, отделители.

Выключатели предназначены для оперативной и аварийной коммутации в энергосистемах, т.е. выполнения операций включения и отключения отдельных цепей при ручном или автоматическом управлении. Во включенном состоянии выключатели должны беспрепятственно пропускать токи нагрузки. Характер режима работы этих аппаратов несколько необычен: нормальным для них считается как включенное состояние, когда они обтекаются током нагрузки, так и отключенное, при котором они обеспечивают необходимую электрическую изоляцию между разомкнутыми участками цепи. Коммутация цепи, осуществляемая при переключении выключателя из одного положения в другое, производится нерегулярно, время от времени, а выполнение им специфических требований по отключению возникающего в цепи короткого замыкания чрезвычайно редко. Выключатели должны надежно выполнять свои функции в течение срока службы (25 лет), находясь в любом из указанных состояний, и одновременно быть всегда готовыми к мгновенному эффективному выполнению любых коммутационных операций, часто после длительного пребывания в неподвижном состоянии. Отсюда следует, что они должны иметь очень высокий коэффициент готовности: при малой продолжительности процессов коммутации (несколько минут в год) должна быть обеспечена постоянная готовность к осуществлению коммутаций.

Секционные выключатели применяются в сборных шинах. В распределительных устройствах (РУ) электростанций секционные выключатели при нормальной работе обычно замкнуты. Они должны автоматически отключаться только при повреждении в зоне сборных шин. Вместе с ними должны отключаться и другие выключатели поврежденной секции. Таким образом, поврежденная секция РУ будет отключена, а остальная часть останется в работе.

Среди основных параметров выключателей высокого напряжения следует выделить группу номинальных параметров, присущих всем типам выключателей и определяющих условия их работы.

К основным номинальным параметрам выключателей в соответствии с рекомендациями Международной электротехнической комиссии (МЭК) относятся: номинальное напряжение $U_{ном}$; наибольшее рабочее напряжение $U_{н.р}$; номинальный уровень изоляции в киловольтах; номинальная частота $f_{ном}$; номинальный ток $I_{ном}$; номинальный ток отключения $I_{от.ном}$; номинальный ток включения $I_{в.ном}$; номинальное переходное восстанавливающееся напряжение (ПВН) при КЗ на выводах выключателя; номинальные параметры при неудаленных КЗ; номинальная длительность КЗ; номинальная последовательность операций (номинальные циклы); нормированные показатели надежности и др.

Номинальное напряжение $U_{ном}$ (линейное) – это базисное напряжение из стандартизированного ряда напряжений, определяющее уровень изоляции сети и электрического оборудования. Действительные напряжения в различных точках системы могут отличаться от номинального, однако они не должны превышать *наибольшие*

рабочие напряжения (номинальное напряжение по МЭК), установленные для продолжительной работы. Номинальные напряжения выключателей соответствуют классам напряжения (табл.1)

Класс номинальных напряжений	
Номинальное (линейное) напряжение, значение, кВ	Наибольшее рабочее напряжение (номинальное напряжение по МЭК), действующее значение, кВ
3	3,6
6	7,2
10	12
15	17,5
20	24
35	40,5
110	126
150	172
220	252
330	363
500	525
750	787
1150	1200

Номинальный уровень изоляции выключателя характеризуется значениями испытательных напряжений, воздействующих на основную изоляцию выключателя.

Номинальный ток – действующее значение наибольшего тока, допустимого по условиям нагрева токоведущих частей выключателя в продолжительном режиме, принимающее следующие значения: 200; 400; 600; 800; 1000; 1250; 1600; 2000; 2500; 3150; 4000; 5000; 6300; 8000; 10000; 12500; 16000; 20000; 25000; 31500 А.

Коммутационная отключающая способность выключателя характеризуется *номинальным током отключения* $I_{о.ном}$, который может отключить выключатель при наибольшем рабочем напряжении и нормированных условиях восстановления напряжения. Ток отключения характеризуется действующим значением его периодической составляющей $I_{о.п}$, отнесенной к моменту возникновения дуги (момент размыкания дугогасительных контактов) и называемой номинальным током отключения $I_{о.ном}$ (2,5; 3,2; 4; 5; 6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 35,5; 40; 45; 50; 56; 63; 71; 80; 90; 100; 112; 125; 140; 160; 180; 200; 224; 250 кА), а также нормированным процентным содержанием β_n аperiodической составляющей, равным отношению аperiodической составляющей i_a тока отключения к амплитуде периодической составляющей ($\sqrt{2}I_{о.п} = \sqrt{2}I_{о.ном}$) того же тока в момент размыкания дугогасительных контактов. Ток отключения выключателя определяется суммой периодической и аperiodической составляющих:

$$i_o = \sqrt{2}I_{о.ном} + i_a = \sqrt{2}I_{о.ном}(1 + \beta_n)$$

Номинальный ток включения $I_{в.ном}$ – наибольший ток, который выключатель может включить при наибольшем рабочем напряжении. При возникновении КЗ в цепи за время около 10 мс ток достигает своего максимального значения, называемого ударным током КЗ. Поэтому номинальный ток включения должен быть не менее ударного тока КЗ из условия возможности включения на существующее КЗ в цепи [в режиме автоматического повторного включения (АПВ)].

Номинальная длительность тока КЗ характеризуется способностью выключателя выдерживать во включенном положении без повреждений ток электродинамической стойкости (ударный ток) $i_{уд} = 2,55 I_{о.ном}$ и ток термической стойкости $I_{тл} = I_{о.ном}$. Время

протекания тока $I_{тн}$ составляет 1 или 2 с для выключателей при $U_{нолн} \geq 330$ кВ и 1 или 3 с для выключателей при $U_{нолн} \geq 220$ кВ.

Высоковольтные выключатели по способу гашения дуги подразделяются на воздушные, элегазовые, масляные, электромагнитные и вакуумные.

Разъединители применяются для коммутации обесточенных при помощи выключателей участков токоведущих систем, для переключения РУ с одной ветви на другую, а также для отделения на время ревизии или ремонта силового электротехнического оборудования и создания безопасных условий от смежных частей линии, находящихся под напряжением. Разъединители способны размыкать электрическую цепь только при отсутствии в ней тока или при весьма малом токе. В отличие от выключателей разъединители в отключенном состоянии образуют видимый разрыв цепи. После отключения разъединителей с обеих сторон объекта, например выключателя или трансформатора, они должны заземляться с обеих сторон либо при помощи переносных заземлителей, либо специальных заземляющих ножей, встраиваемых в конструкцию разъединителя.

Исходя из задачи обеспечения безопасности обслуживающего персонала при проведении работ на линии, а также осуществления бесперебойного электроснабжения потребителей, разъединитель должен отвечать следующим требованиям:

1. Обеспечивать видимый разрыв тока в цепи при отключении;
2. Быть термически и электродинамически устойчив;
3. Иметь требуемый уровень изоляции при любых атмосферных условиях;
4. Иметь простую и надежную конструкцию с учетом самых тяжелых условий нагрузки (обледенение, ветровые нагрузки).

Поэтому разъединитель имеет таким образом организованную изоляцию, что при появлении недопустимо большого напряжения на полюсе отключенного разъединителя пробой должен произойти между полюсом и землей по его опорной изоляции, а не между разведенными ножами.

Отделители служат для отключения обесточенной цепи высокого напряжения за малое время (не более 0,1 с). Он подобен разъединителю, но снабжен быстродействующим приводом.

Короткозамыкатели служат для создания искусственного короткого замыкания (КЗ) в цепи высокого напряжения. Конструкция его подобна конструкции заземляющего устройства разъединителя, но снабженного быстродействующим приводом.

Короткозамыкатели и отделители устанавливаются на стороне высшего напряжения РУ малоответственных потребителей, когда в целях экономии площади и стоимости РУ выключатели предусмотрены только на стороне низшего напряжения.

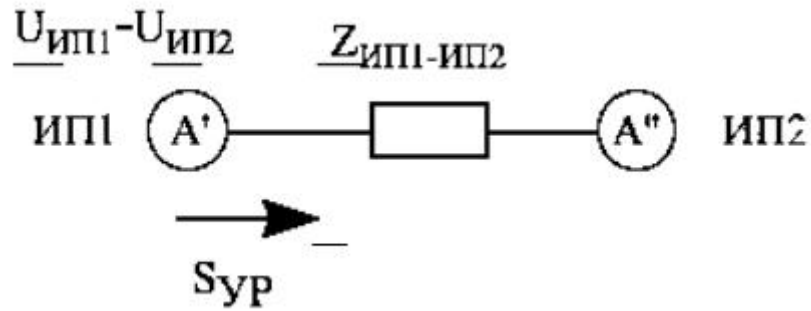
Задание 12.5. Как определить точку потоко раздела в сети с двусторонним питанием?

Ответ: Схема сети с двусторонним питанием представляется в виде двух схем:

- а) схема сети с одинаковыми напряжениями источника питания, т.е. напряжение первого источника принимается равным напряжению второго

$$U_{ИП 1} = U_{ИП 2}.$$

- б) схема сети без промежуточного отбора мощности, в которой напряжение одного источника принимается равным нулю, а второго - разности между напряжениями источников питания.



Уравнительная мощность от источника питания с большим напряжением к источнику питания с меньшим напряжением

$$\underline{S}_{УР} = \frac{U_{ИП1}^* - U_{ИП2}^*}{Z_{A'-A''}} \times U_{ном}$$

Алгоритм расчета сети с двухсторонним питанием

1. Рассчитываются потоки мощности на головных участках сети при равенстве напряжений источников питания, $\underline{S}_{ГУ}$.
2. Определяется уравнительная мощность.
3. Уточняются потоки мощности на головных участках с учетом уравнительной мощности $\underline{S}_{УР}$.

Для головного участка, питаемого от источника с большим напряжением:

$$\underline{S}_{фактГУ} = \underline{S}_{ГУ} + \underline{S}_{УР}$$

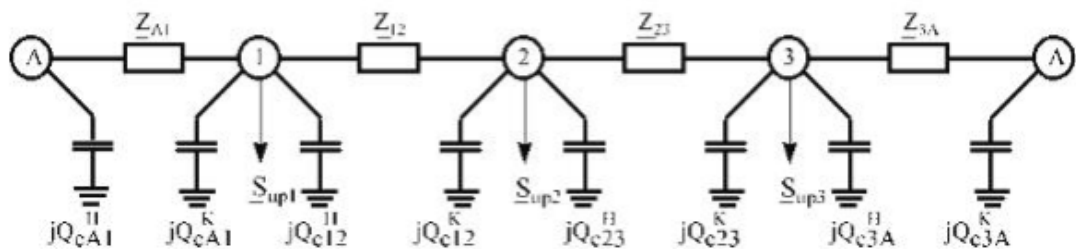
Для головного участка, питаемого от источника с меньшим напряжением:

$$\underline{S}_{фактГУ} = \underline{S}_{ГУ} - \underline{S}_{УР}$$

4. Определяется точка потокоораздела. Дальнейший расчет сети сводится к алгоритму расчета кольцевой сети.

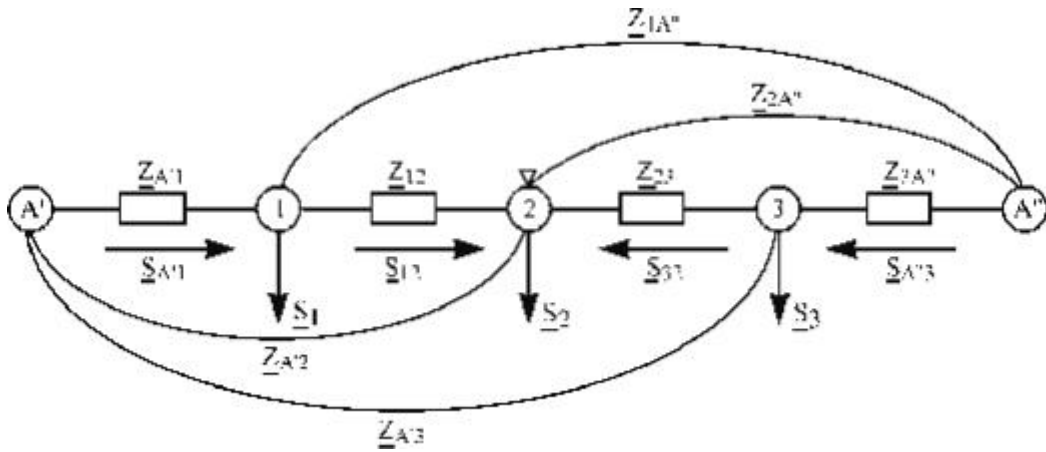
1-й этап. Распределение потоков мощности по участкам кольцевой сети без учета потерь мощности

1. Кольцевая сеть разрезается по источнику питания и приводится к сети с двумя источниками питания, имеющими одинаковое напряжение. Определяется расчетная нагрузка каждого узла.



2. Определяются потоки мощности на головных участках, при этом используется допущение об отсутствии потерь мощности на участках.

Под головным понимается участок сети, непосредственно примыкающий к источнику питания.



В общем виде:

$$\underline{S}_{A'1} = \frac{\sum_{i=1}^n \underline{S}_i \underline{Z}_{*iA''}}{\underline{Z}_{A'-A''}},$$

$$\underline{S}_{A''n} = \frac{\sum_{i=1}^n \underline{S}_i \underline{Z}_{*iA'}}{\underline{Z}_{*A'-A''}}$$

или применительно к рассматриваемой схеме:

$$\underline{S}_{A'1} = \frac{\underline{S}_1 \underline{Z}_{1A''}^* + \underline{S}_2 \underline{Z}_{2A''}^* + \underline{S}_3 \underline{Z}_{3A''}^*}{\underline{Z}_{A'-A''}}$$

$$\underline{S}_{A''3} = \frac{\underline{S}_1 \underline{Z}_{1A'}^* + \underline{S}_2 \underline{Z}_{2A'}^* + \underline{S}_3 \underline{Z}_{3A'}^*}{\underline{Z}_{A'-A''}},$$

где \underline{S}_i - расчетная мощность нагрузки i -го узла;
 $\underline{Z}_{*iA'}$, $\underline{Z}_{*iA''}$ - сопряженные комплексы сопротивлений от i -й точки сети до соответствующего конца (A' или A'')
 развернутой схемы замещения кольцевой сети при ее разрезании в точке источника питания;

$\underline{Z}_{A'-A''}$ - сопряженный комплекс суммарного сопротивления всех участков кольцевой сети.

Проверка правильности расчета осуществляется по следующему условию: *сумма потоков мощности на головных участках равна сумме расчетных мощностей всех узлов.*

3. Определяется точка потокораздела активной и реактивной мощности.

Точка потокораздела - тот узел сети, нагрузка которого получает питание с двух сторон. Иными словами, это точка сети, в которой встречаются потоки мощности.

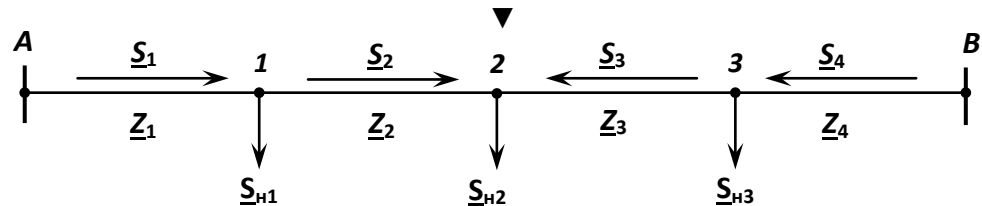
Для нахождения точки потокораздела используется первый закон Кирхгофа:

$$\underline{S}_{12} = \underline{S}_{A'1} - \underline{S}_1; \underline{S}_{23} = \underline{S}_{12} - \underline{S}_2 \text{ и т.д.}$$

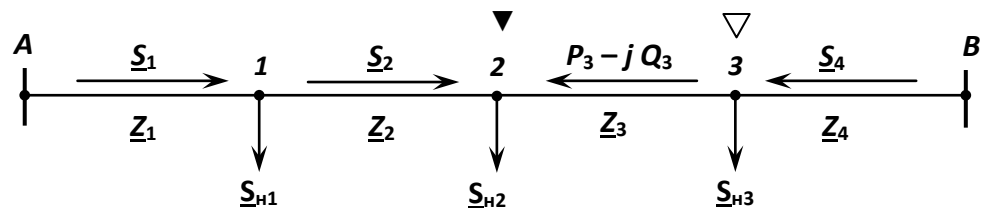
После точки потокораздела мощность на участке, следующем за ней, меняет свой знак на противоположный.

Значения части мощностей участков получаются отрицательными, т.е. они имеют обратное направление по отношению к принятому. Таким образом, в схеме окажется точка, к которой мощности подходят с двух сторон. Такая точка называется точкой раздела мощности или точкой потокораздела.

Точки раздела активной и реактивной мощности могут не совпадать. Если точки раздела активной и реактивной мощности совпадают, то над этой точкой ставится знак \blacktriangledown . Если не совпадают, то над точкой раздела активной мощности ставится знак \blacktriangledown , а над точкой раздела реактивной мощности – знак ∇ .



а)



б)

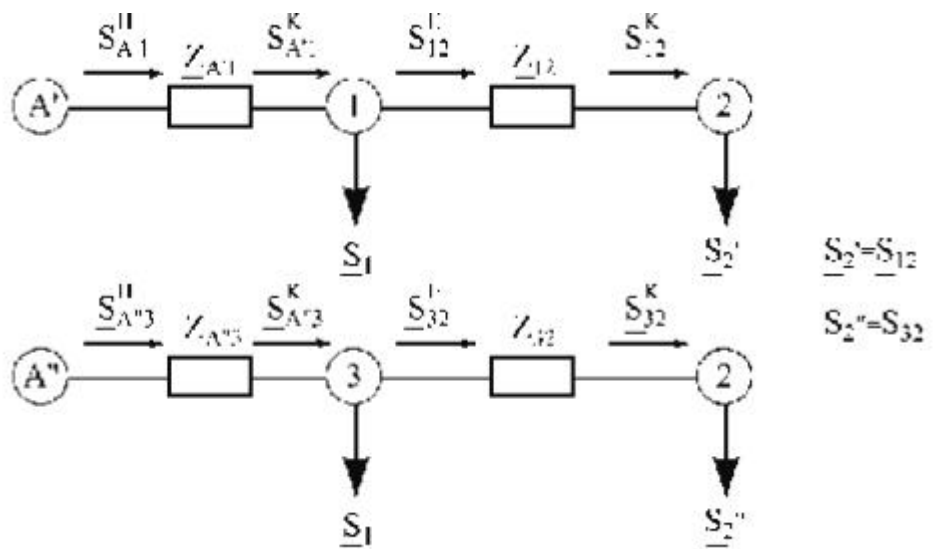
Рисунок– Распределение мощности в ЛЭП с двухсторонним питанием:

- а) с одной точкой потокораздела;
- б) с двумя точками потокораздела.

С целью проверки правильности расчета поток мощности на одном из участков рассчитывается с двух сторон. При этом должно выполняться условие:

$$\underline{S}_{23} = - \underline{S}_{32}.$$

4. Разделение кольцевой сети на две разомкнутые магистральные в точке потокораздела.



Значения S_{12} и S_{32} получены в п.3 при определении точки потокораздела.

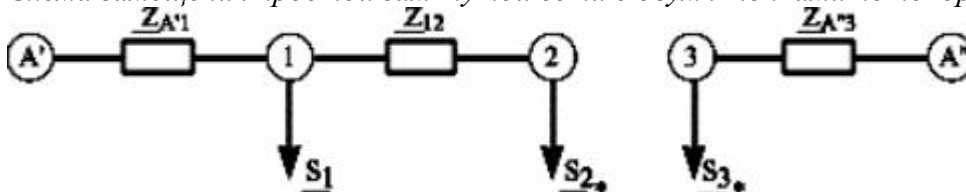
2-й этап. Расчет режима в двух разомкнутых сетях

5. Расчет двух разомкнутых сетей по алгоритму расчета разомкнутой сети по данным начала.

Напряжение в точке потокораздела должно совпадать. В противном случае осуществляется переход ко второй итерации, при этом находят среднее значение напряжения в точке потокораздела:

$$2 \frac{U'2 + U''2}{2}$$

Особенности расчета режимов замкнутых сетей при двух точках потокораздела
 Схема замещения простой замкнутой сети с двумя точками потокораздела



Чтобы разделить сеть на две разомкнутые сети, необходимо вычислить потери мощности на участке между точками потокораздела:

$$\underline{S}_{23} = P_{23} + j Q_{23} = \frac{P_2 + Q_2}{U_{ном}} \underline{Z}_{23}$$

Теперь необходимо «вырезать» участок между точками потокораздела, т.е. участок 2-3. Следовательно, потери мощности на нем нужно включить в нагрузку узлов 2 и 3 по следующим выражениям:

$$\underline{S}_2^* = P_{12} + j(Q_{12} + Q_{23}),$$

$$\underline{S}_3^* = P_{A''3} + P_{32} + jQ_{A''3},$$

где потоки мощности \underline{S}_{ij} по участкам сети, без учета потерь мощности, определяются по алгоритму расчета кольцевых сетей.

Таким образом, рассматриваемая сеть приводится к двум разомкнутым и рассчитывается по алгоритму расчета режимов разомкнутой сети при известных нагрузках и напряжениях источников питания.

Задание 12.6. Режимы работы нейтрали

Ответ: Режим нейтрали оказывает существенное влияние на режимы работы ЭП, схемные решения системы электроснабжения, параметры выбираемого оборудования. Нейтраль сети - это совокупность соединенных между собой нейтральных точек и проводников, которая может быть изолирована от земли либо соединена с землей через малые или большие сопротивления. Используются следующие режимы нейтрали: глухозаземленная нейтраль, изолированная нейтраль, эффективно заземленная нейтраль.

Изолированной называется нейтраль, не присоединенная к заземляющему устройству или присоединенная через аппараты, компенсирующие емкостный ток в сети, трансформаторы напряжения и другие аппараты, имеющие большое сопротивление.

В нормальном режиме имеем трехфазную систему с одним уровнем напряжения. При замыкании одной фазы на землю не происходит нарушения питания ЭП, так как не искажается треугольник напряжений (рис. 1): напряжение поврежденной фазы относительно земли равно нулю, а напряжение на двух неповрежденных фазах повышается с фазного до линейного. Отрицательным фактором является то, что изоляцию всех фаз относительно земли необходимо рассчитывать не на фазное напряжение, а на линейное.

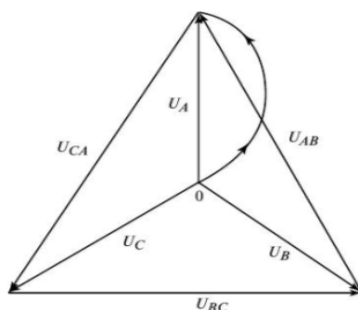


Рис. 1. Векторная диаграмма изменения напряжений при однофазном замыкании в сети с изолированной нейтралью

Используем величину коэффициента замыкания на землю:

$$K_{зз} = U_з / U_{ф.ном.} \quad (1)$$

где $U_з$ - напряжение неповрежденной фазы в режиме замыкания на землю, кВ;

$U_{ф.ном.}$ - фазное номинальное напряжение, кВ.

Если нейтраль полностью изолирована, то $K_{зз} = 1,73$; если нейтраль заземлена через большое сопротивление, то $K_{зз}$ будет меньшей: считают, что если $K_{зз} > 1,4$, то режим нейтрали изолированный.

Допускается работа в режиме замыкания одной фазы на землю на время поиска места повреждения (обычно до 2ч). Так как из всех видов нарушения изоляции однофазные замыкания на землю обычно составляют до 70 %, то это обстоятельство существенно для повышения надежности питания ЭП и потребителей.

В месте замыкания протекает ток замыкания на землю $I_{зз}$, который определяется трехкратным зарядным током сети $I_з$. Ток $I_з$ определяется емкостными и активными проводимостями не только того элемента, в котором произошло замыкание на землю, а всей электрической связанной сети (до трансформаторов). Активная проводимость обуславливается сопротивлением изоляции ЛЭП, электроустановок и в нормальном режиме мала (наименьшее допустимое сопротивление изоляции 0,5 Мом), поэтому при расчетах $I_з$ полагают, что он полностью определяется емкостными проводимостями. Емкостную проводимость сети можно определить по паспортным данным КЛ и ВЛ и известной длине:

$$I_з = U_{ном.} \cdot (35 \cdot L_{КЛ} + L_{ВЛ}) / 350 \quad (2)$$

где $L_{КЛ}, L_{ВЛ}$ - длина КЛ и ВЛ, км;

$U_{\text{ном}}$ - номинальное напряжение сети, кВ.

При наличии в сети протяженных КЛ и ВЛ ток замыкания может достигать значительных величин, но согласно ПУЭ не должен превышать следующих величин:

$U_{\text{ном}}, \text{кВ}$	6	10	15—20	35
$I_3, \text{А}$	30	20	15	10

Для снижения величины емкостного тока в земле замыкания применяются компенсирующие устройства: заземляющие реакторы, включаемые в нейтраль трансформатора (если обмотки силового трансформатора соединены в треугольник, то используют специальные трехфазные заземляющие трансформаторы), которые уменьшают величину емкостного тока (рис. 2).

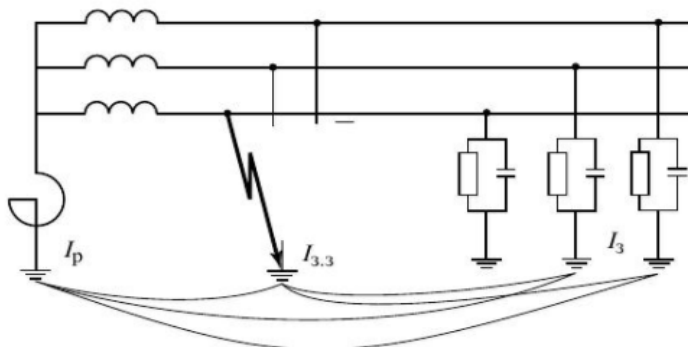


Рис. 2. Компенсация емкостного тока замыкания на землю: до компенсации

$$I_{3.3} + 3I_3 = 0, \text{ после компенсации } I_{3.3} + 3I_3 + I_p = 0$$

Применение компенсации емкостного тока на землю способствуют и гашению дуги в месте замыкания, поэтому компенсирующие аппараты называют еще дугогасящими, а такую сеть – *сетью с компенсированной нейтралью*.

Таким образом, основное преимущество режима изолированной нейтрали – способность подавать энергию ЭП и потребителям при однофазном замыкании на землю. Недостатком этого режима являются трудности в обнаружении места замыкания на землю. Повышенная надежность режима изолированной нейтрали обуславливает обязательное его применение при напряжении выше 1 кВ до 35 кВ включительно, поскольку эти сети питают большие группы ЭП, потребителей. С напряжения 110 кВ и выше применение режима изолированной нейтрали становится экономически невыгодным, так как повышение напряжения относительно земли с фазного до линейного требует существенного усиления фазной изоляции. Применение режима изолированной нейтралью до 1 кВ допускается и оправданно при повышенных требованиях к электробезопасности.

Глухозаземленной нейтралью называется нейтраль трансформатора или генератора, присоединенная к заземляющему устройству непосредственно или через малое сопротивление.

В нормальном режиме имеем трехфазную сеть с двумя уровнями напряжения. При замыкании одной фазы на землю для тока возникает короткий путь (минуя нагрузку), т. е. происходит короткое замыкание, сопровождающееся сверхтоками, которые отключаются устройствами защиты. Напряжение неповрежденных фаз в режиме замыкания практически не изменяется, т. е. $K_{3.3} \approx 1$; однако если в нейтрали трансформатора присутствует незначительное сопротивление, то $K_{3.3} > 1$. С учетом сказанного выше при $K_{3.3} < 1,4$ режим называется «режимом с глухозаземленной нейтралью».

В большинстве случаев однофазное КЗ возникает как следствие контакта фазного проводника с корпусом ЭП, который занулен, т.е. преднамеренно соединен нулевым защитным проводником с заземленной нейтралью трансформатора. Поэтому основная часть тока КЗ протекает по нулевому защитному проводнику, и активные и емкостные проводимости оказывают слабое влияние на его величину (рис. 3).

Вследствие этого режим глухозаземленной нейтральной применяется только в сетях до 1 кВ, поскольку в таких разветвленных сетях отыскание мест замыкания на землю в режиме изолированной нейтральной может затруднить эксплуатацию системы электроснабжения.

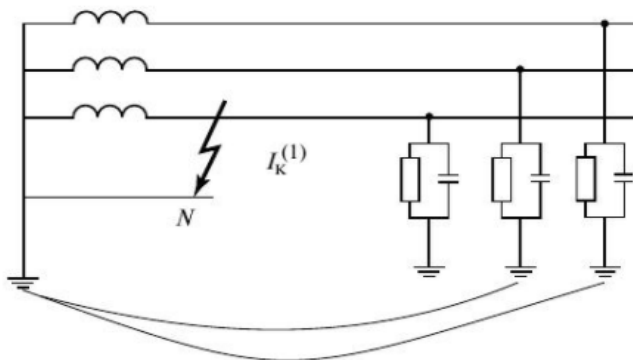


Рис. 3. Короткое однофазное замыкание в сети с глухозаземленной нейтральной

Задание 12.7. Потери мощности и энергии в электрических сетях

Ответ: Потери мощности и энергии в электросетях можно подразделить на две составляющие - зависящие и не зависящие от нагрузки. Потери активной ($\Delta P'$) и реактивной ($\Delta Q'$) мощностей в проводах ВЛ, жилах кабелей или обмотках трансформаторов (то есть в продольных элементах схемы замещения) зависят от нагрузки и определяются для

трехфазных сетей по формулам:

$$\Delta P' = 3I^2R = \left(\frac{S}{U}\right)^2 R = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} R;$$

$$\Delta Q' = 3I^2X = \left(\frac{S}{U}\right)^2 X = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} X;$$

где R и X - соответственно активное и индуктивное сопротивления одной фазы одноцепной линии или отдельного трансформатора (для многоцепных линий или многотрансформаторных подстанций в формулы подставляются эквивалентные сопротивления); S , P и Q - соответственно полная, активная и реактивная мощности,

передаваемые по трем фазам; I - ток нагрузки; U - междуфазное напряжение линии или напряжение, к которому приведены параметры схемы замещения трансформатора.

Для двухобмоточных трансформаторов и автотрансформаторов:

$$\Delta P' = \frac{\Delta P_k}{n} \left(\frac{S}{S_{НОМ}}\right)^2;$$

$$\Delta Q' = \frac{U_k}{100 \cdot n} \cdot \frac{S^2}{S_{НОМ}},$$

где ΔP_k , U_k и $S_{НОМ}$ - паспортные данные отдельного трансформатора;

S - полная нагрузка подстанции (сумма нагрузок отдельных трансформаторов);

n - число однотипных трансформаторов на подстанции, работающих параллельно.

В трехобмоточных трансформаторах и автотрансформаторах каждая из обмоток загружена неодинаково и, кроме того, сопротивления обмоток различны по величине. В этом случае потери мощности подсчитываются отдельно для каждой из обмоток, а затем суммируются.

Потери активной мощности, не зависящие от нагрузки ($\Delta P''$), для воздушных линий обусловлены коронированием проводов и утечками тока через изоляторы, а для кабельных линий - активными токами смещения в изоляции. К независимым от нагрузки потерям реактивной мощности (отрицательным по знаку) относят зарядную мощность линий $\Delta Q''$.

Потери энергии в элементе электросети определяются умножением потерь мощности на время их действия. Так как нагрузка и связанные с ней потери мощности с течением времени изменяются, то максимальные потери мощности ΔP_{MAX} умножаются на время потерь τ , которое определяется с помощью графика нагрузки.

Задание 12.8. Включение синхронного генератора на параллельную работу с сетью. Синхронизация.

Ответ: Включение генератора на параллельную работу с сетью — одна из наиболее ответственных операций, так как в общем случае напряжения, частоты и чередование фаз сети и генератора могут различаться. При включении возможны значительные броски токов, электромагнитных сил и моментов, которые могут вызвать аварию генератора и другого оборудования или нарушить режим работы энергосистемы. Совокупность операций, требуемых для безаварийного включения генератора в сеть, называют синхронизацией. Различают два способа включения генераторов на параллельную работу: способом точной синхронизации и самосинхронизации (грубой синхронизации).

Способ точной синхронизации. Для включения генератора по этому способу без бросков тока статора и без резкого изменения вращающего момента ротора должны быть соблюдены следующие условия:

- равенство значений напряжения включаемого и работающего генератора или сети;
- совпадение векторов этих напряжений по фазе;
- равенство частот включаемого генератора и работающего генератора или сети.

Кроме того, необходимо соблюдение условия одинакового чередования фаз генератора и сети, правильность которого проверяется только при первом включении генератора после монтажа или сборки схемы.

Изменение напряжения включаемого генератора осуществляется путем регулирования тока возбуждения генератора и контролируется с помощью вольтметра. Изменение частоты, контролируемое частотомером, и фазы напряжения генератора достигается изменением скорости вращения генератора. Совпадение напряжений по фазе контролируется с помощью специальных синхроскопов, а в автоматических синхронизаторах — с помощью специальных измерительных элементов. Для контроля условий синхронизации на щитах управления устанавливают синхронизирующие колонки, схема подключения которых приведена на рис. 1.

Несоблюдение любого из условий приводит к возникновению в обмотке статора уравнительного тока. На практике условия точной синхронизации выполняются не абсолютно точно, а допускаются некоторые отклонения, при которых обеспечивается успешная синхронизация:

- разность напряжений синхронизируемого генератора и сети допускается порядка 5—7 %;

- разность частот скольжения допускается порядка 0,05—0,1 Гц. Причем допустимым можно считать включение, при котором периодическая составляющая уравнивающего тока в момент включения не превосходит номинальный ток генератора.

Неправильная синхронизация может вызвать серьезную аварию. Действительно, если напряжения генератора и сети будут в момент включения генератора на параллельную работу сдвинуты по фазе на угол π рад, то это эквивалентно короткому замыканию при удвоенном напряжении. Если генератор включается в сеть энергетической системы большой мощности, то сопротивление этой сети по сравнению с сопротивлением генератора можно принять равным нулю, и поэтому

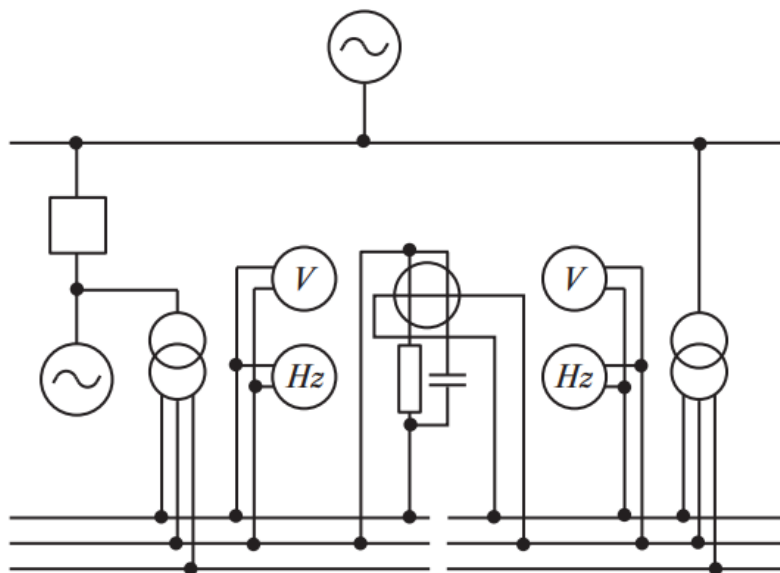


Рис 1. Схема включения измерительных приборов колонки синхронизации

ударный ток при включении может превысить ток при обычном коротком замыкании в 2 раза. Ударные электромагнитные моменты и силы при этом возрастают в 4 раза. Включение генераторов на параллельную работу может выполняться вручную или с помощью автоматических синхронизаторов. Схема ручной синхронизации дополняется блокировкой от несинхронного включения, разрешающей включение только при допустимых значениях разности частот, напряжений и угла расхождения между векторами напряжений генератора и сети.

Способ самосинхронизации. При самосинхронизации генератор при частоте вращения, близкой к частоте сети, включается в сеть без возбуждения, после чего возбуждается и втягивается в синхронизм. Метод самосинхронизации рекомендуется применять в аварийных условиях на генераторах, работающих в блоке с трансформаторами, на гидрогенераторах и синхронных компенсаторах любой мощности в тех случаях, когда значение периодической составляющей тока при включении данным методом не превышает $3I_{ном}$ генератора. Включение генераторов АЭС в сеть методом самосинхронизации не допускается. Однако необходимо иметь в виду, что использование данного метода синхронизации сопровождается значительным снижением напряжения на выводах генератора, что в некоторых случаях может вызвать нарушение нормальной работы потребителей, подключенных к шинам генераторного напряжения. Если же самосинхронизация будет происходить при большом остаточном напряжении, она сопровождается большими толчками тока, как несинхронное включение возбужденного генератора. В случае включения генератора в сеть при большом скольжении или ускорении процесс самосинхронизации может затянуться и будет сопровождаться длительными качаниями. На гидрогенераторах в ряде случаев принимают специальные меры, для того чтобы уменьшить ускорение агрегата к моменту включения генератора в сеть. Поскольку машина, включаемая в сеть методом самосинхронизации, не возбуждена, момент ее включения в сеть относительно фазы напряжения системы не имеет значения.

Основными достоинствами способа самосинхронизации являются ускорение процесса синхронизации и его сравнительная простота, вследствие чего он легко может быть автоматизирован. Преимущества самосинхронизации особенно важны в аварийных условиях при значительных колебаниях частоты и напряжения в энергосистеме.

Недостатком способа самосинхронизации следует считать сравнительно большие толчки тока в момент включения, вследствие чего подгорают контакты выключателей и подвергаются дополнительным динамическим усилиям обмотки генераторов.

Жесткие требования, предъявляемые условиями точной синхронизации, делают ее более сложной, а в ряде случаев более длительной операцией. Особенно это относится к аварийным условиям, когда вследствие резких колебаний частоты и напряжения становится практически невозможным точное уравнивание частот и напряжений синхронизируемого генератора и сети.

Самосинхронизация широко применяется в аварийных условиях, когда чрезвычайно важно ускорить включение генератора в сеть.

Задание 12.9. Характеристики генератора постоянного тока.

Ответ: Свойства генераторов анализируют с помощью характеристик, устанавливающих зависимости между основными величинами, определяющими работу генератора: э.д.с. E , напряжение на зажимах генератора U , ток работы чаще всего работают с постоянной частотой вращения, то основную группу характеристик снимают при неизменной частоте вращения ($n = \text{const}$). Напряжение U имеет наибольшее значение, поскольку оно определяет свойства генератора в отношении той сети, на которую он работает. Поэтому основными характеристиками являются:

1) Нагрузочная $U = f(I_a)$ при $I_f = \text{const}$. В частном случае, когда $I_a = 0$, нагрузочная характеристика переходит в характеристику х.х., имеющую важное значение для оценки генератора и построения других характеристик;

2) внешняя $U = f(I_a)$ при $R_e = \text{const}$;

3) регулировочная $I_f = f(U)$ при $U = \text{const}$. В частном случае, когда $U = 0$, регулировочная характеристика переходит в характеристику к.з. $I_f = f(I_a)$. Режим работы электрической машины при условиях, для которых она предназначена, называют номинальным режимом работы. Номинальный режим работы характеризуется величинами, обозначенными на заводском щитке машины как номинальные: напряжение, мощность ток, частота вращения. Номинальной мощностью генератора постоянного тока называют полезную электрическую мощность машины, выраженную в ваттах или киловаттах. Термин "номинальный" может относиться и к величинам, не указанным на паспортном щитке машины, но характеризующим номинальный режим работы: такие, как момент, ток возбуждения, к.п.д.

Задание 12.10. Графики электрических нагрузок.

Ответ: График нагрузки представляет собой графическое изображение режима работы электроустановки. Все элементы энергосистемы (генераторы, трансформаторы, электродвигатели, синхронные компенсаторы и т. п.), а также электростанции, электрические сети и энергосистемы в целом имеют свои графики нагрузок, т.е. диаграмму изменения мощности (тока) во времени. Как правило, графики отражают изменение нагрузки за определенный период времени. По этому признаку их подразделяют на суточные (24 ч) (рис.1, а,б), сезонные (зимние, летние), годовые (рис.1, в) и т.п.

По месту изучения или элементу энергосистемы, к которому они относятся, графики нагрузки можно разделить на следующие группы:

1. графики нагрузки потребителей, определяемые на шинах потребительских подстанции;
2. графики нагрузки сетевые – на шинах районных и узловых подстанций;
3. графики нагрузки энергосистемы, характеризующие результирующую нагрузку энергосистемы;
4. графики нагрузки электростанций.

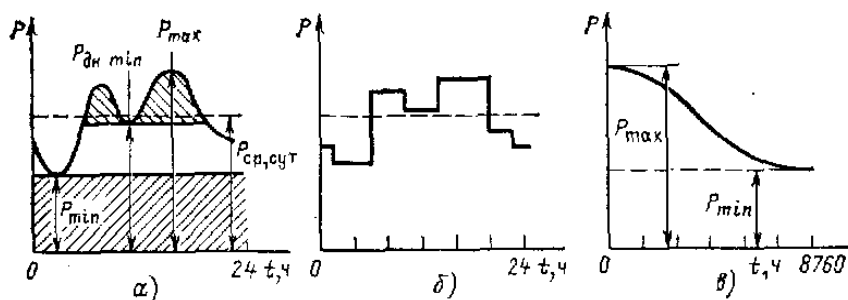


Рис. 1. Графики нагрузок электроустановок

На графиках различают минимальное, максимальное и среднее значения графически представленного параметра. У графиков различают также базовую, полупиковую и пиковую части. Применительно к рис. (1, а) базовой является та часть, где $P < P_{\min}$, пиковой - где $P > P_{\text{дн. min}}$, а полупиковый - где $P_{\min} < P < P_{\text{дн. min}}$. Нагрузка в течении времени постоянно меняется в зависимости от характера потребителя. Наиболее характерным является график бытовой нагрузки, который строится по показаниям контрольно-измерительных приборов. Кривая графика зависит от характера суток: рабочий день, праздничный, предпраздничный, зимний летний. Для удобства обработки графиков их делают ступенчатыми (рис.1,б)

Графики нагрузок предназначены для:

- а) агрегатов, включения и отключения трансформаторов;
- б) определения количества выработанной (потребленной) электроэнергии, расхода топлива и воды;
- в) ведения экономичного режима электроустановки;
- г) планирования сроков ремонтов оборудования;
- д) проектирования новых и расширения действующих электроустановок;
- е) проектирования новых и развития существующих энергосистем, их узлов нагрузки и отдельных потребителей электроэнергии.

Чем равномернее нагрузка генераторов, тем лучше условия их работы, поэтому возникает так называемая проблема регулирования графиков нагрузки, проблема их выравнивания. При этом целесообразно по возможности более полно использовать установленную мощность электростанций.

Для регулирования графиков нагрузки используют:

- а) подключение сезонных потребителей (торфоразработки, полив, орошение, заводы сезонного производства, кондиционеры и т. д.);
- б) подключение нагрузки ночью (насосные, гидроаккумулирующие станции в насосном режиме, зарядные станции и т. д.);
- в) увеличение числа рабочих смен (повышение коэффициента сменности);
- г) смещение начала работы смен и начала работы предприятий;
- д) разнесение выходных дней;
- е) ужесточение тарифной системы, например, путем введения платы как за активную, так и за реактивную энергию (мощность);
- ж) уменьшение перетоков реактивной мощности по электрической сети;

з) объединение районных энергосистем в объединенные энергосистемы линиями межсистемной связи.

График нагрузки энергосистемы зависит от нагрузки потребителей и складывается из графиков нагрузки подстанций, сетей и электростанций.

Годовой график продолжительности нагрузки (рис.2,б) строится по наиболее характерным графикам для зимы и для лета (рис.2,а). При этом условно принимают, что продолжительность зимнего периода $N = 213$ суток (7 мес.), а летнего – 152 суток (5 мес.). построение начинают с максимума и выполняют в порядке постепенного снижения мощностей.

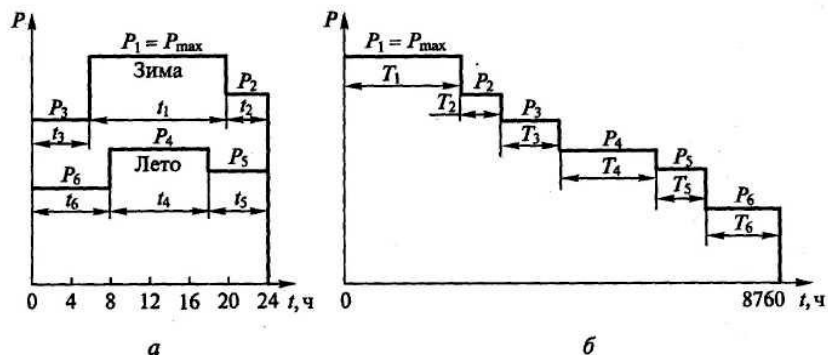


Рис. 2. Построение годового графика по продолжительности

где $T_n = t_n \cdot N$, N- продолжительность зимнего или летнего периода соответственно.

По годовому графику можно определить следующие технико-экономические показатели:

1. Энергия, вырабатываемая или потребляемая за рассматриваемый период времени:

$$W_n = \sum_{i=1 \dots 24} P_i \cdot t_i$$

2. Средняя нагрузка работы электроустановки:

$$P_{cp} = \frac{W_n}{t}$$

2. Коэффициент заполнения графика – показывает степень неравномерности:

$$K_{3П} = \frac{P_{CP}}{P_{max}}$$

3. Продолжительность использования максимальной нагрузки:

$$t_{max} = k_{3П} \cdot t$$

(в идеале $t_{max} = t$)

4. Продолжительность использования установленной мощности:

$$T_{уст} = \frac{W_n}{P_{уст}}$$

5. Коэффициент использования установленной мощности:

$$K_{и} = \frac{P_{CP}}{P_{уст}}$$

Задание 13.

Задание 13.1. Технологическая схема пылеугольной электростанции.

Ответ: Технологическая схема электростанции, работающей на углях, показана на рисунке 2.2. Топливо в железнодорожных вагонах 1 поступает к разгрузочным устройствам 2, откуда с помощью ленточных транспортеров 4 направляется на склад 3, со склада топливо подается в дробильную установку 5. Имеется возможность подавать топливо в дробильную установку и непосредственно из разгрузочных устройств. Из дробильной установки топливо поступает в бункера сырого угля 6, а оттуда через питатели – в пылеугольные мельницы 7. Угольная пыль пневматически транспортируется через сепаратор 8 и циклон 9 в бункер угольной пыли 10, а оттуда питателями 11 подается к горелкам. Воздух из циклона засасывается мельничными вентилятором 12 и подается в топочную камеру котла 13.

Задание 13.2. Энергетические характеристики конденсационных, теплофикационных турбоагрегатов и котельных установок.

Ответ: Энергетические характеристики конденсационных турбоагрегатов устанавливают зависимость между электрической мощностью агрегата $N_э$ и расходом пара D или расходом тепла Q_0 на установку. Зависимость $D=f(N_э)$ называют паровой характеристикой, а зависимость $Q=f(N_э)$ — тепловой характеристикой.

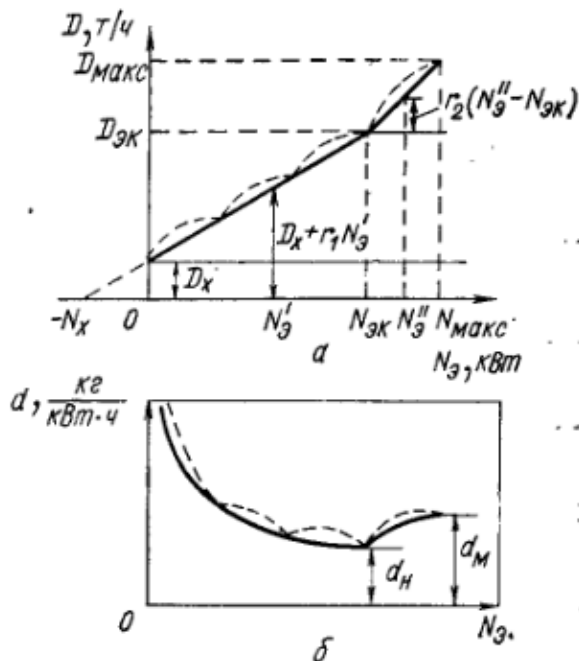


Рис. 11.1. Зависимость общего и удельного расхода пара от нагрузки для конденсационного турбогенератора.
 а — $D=f(N_э)$; б — $d=f(N_э)$.

Кривая, характеризующая зависимость изменения D от $N_э$ при изменении мощности от нуля до экономической $N_{эк}$, при дроссельном регулировании близка к прямой линии; при сопловом регулировании характеристика имеет изломы в точках, соответствующих полному открытию регулирующих клапанов. Однако в обоих случаях с достаточной точностью эти кривые аппроксимируются прямыми линиями. Прямой линией, но с большим наклоном аппроксимируется также участок характеристики при $N_э > N_{эк}$. Таким образом, паровая характеристика конденсационной турбогенераторной установки принимает вид, приведенный на рис. 11.1, а.

Паровая характеристика исходит не из начала координат, а из точки, соответствующей расходу пара D_x при холостом ходе, так как при $N_э = 0$ некоторое количество перегретого пара подводится для того, чтобы компенсировать внутренние и механические потери турбины, механические и электрические потери в генераторе, а также для того, чтобы привести в действие приводы масляных насосов и органы регулирования. Отношение расхода пара D_x к расходу при нормальной (экономической) нагрузке D_H называют коэффициентом холостого хода x . Обычно x — 0,03-0,08. Меньшие значения x относятся к мощным турбоагрегатам, работающим при высоких начальных параметрах. Для спрямленной характеристики общий расход пара D при $N_э \leq N_{эк}$ выражается уравнением

$$D = D_x + r_1 N_э. \quad (11.1)$$

Здесь величина r_1 представляет собой удельный или относительный прирост расхода пара в рассматриваемом диапазоне изменения нагрузок, т. е. изменение расхода пара на турбину при увеличении мощности на единицу.

В соответствии с рис. 11.1 относительный прирост может быть определен из выражения

$$r_1 = (D_n - D_x) / N_{э.к.} \quad (11.2)$$

Здесь r_1 — относительный прирост, кг/(кВт·ч); D_n и D_x — расход пара соответственно при нормальной нагрузке и при холостом ходе, кг/ч.

Для теплофикационных турбоагрегатов паровые характеристики устанавливают связь между электрической мощностью агрегата $N_э$, общим расходом пара на турбину D и расходом пара в отборах D_n .

Если турбина имеет один теплофикационный или промышленный отбор, то связь устанавливается между тремя величинами (D , D_n и $N_э$), если таких отборов два — между четырьмя (D , D_{n1} , D_{n2} и $N_э$).

Обычно эти зависимости изображаются графически. Такие графические зависимости называют диаграммами режимов.

Рассмотрим сначала диаграмму режимов для турбины без регенерации и с одним регулируемым отбором. Связь между расходом пара и электрической мощностью имеет вид

$$D = \frac{D_{np.к}}{1 - \alpha_n y_n} = \frac{D_{x.к.}}{1 - \alpha_n y_n} + \frac{r_k}{1 - \alpha_n y_n} N_э \quad (11.19)$$

где $D_{x.к.}$ и r_k — соответственно расход пара на холостой ход и удельный прирост расхода пара при работе в конденсационном режиме ($D_n = 0$).

При постоянных значениях α_n и одном и том же давлении в отборе изменение D в зависимости от $N_э$ характеризуется сеткой прямых (рис. 11.4).

При этом, когда $\alpha_n = 0$ (конденсационный режим), общий расход пара на турбину при одних и тех же значениях $N_э$ имеет наименьшие значения (нижняя прямая), а когда $\alpha_n = 1$ (режим работы с противодавлением) — наибольшие значения (верхняя

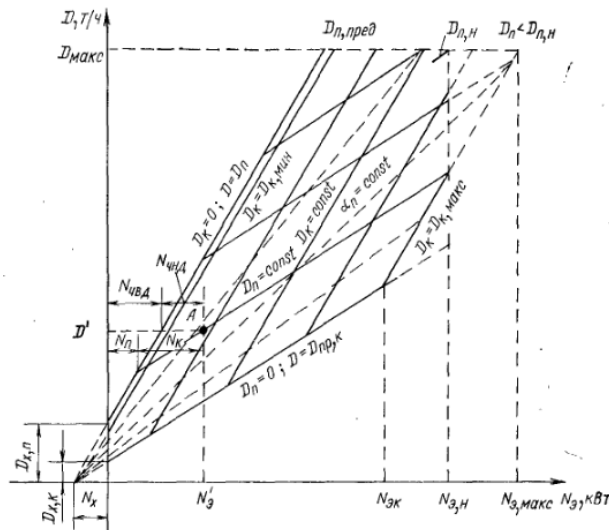


Рис. 11.4. К методике построения диаграммы режимов.

прямая).

При $D = 0$ в соответствии с зависимостью (11.19)

$$D_{x.к.} + r_k N_x = 0 \quad (11.20)$$

и, следовательно,

$$N_x = -(D_{x.к.} / r_k) \quad (11.20')$$

Из этой зависимости видно, что мощность, затрачиваемая на компенсацию сопротивлению холостого хода, не зависит от α_n и все прямые $D=f(N_s)$ при $\alpha_n = \text{const}$ исходят из одной точки.

При выборе наиболее экономичного режима для электростанции в целом необходимо учесть также энергетические характеристики других аппаратов и прежде всего котельной установки, ПГ и реактора.

Для обычной электростанции можно записать

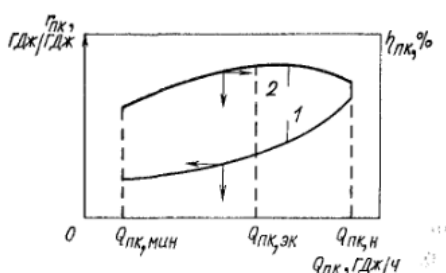
$$r_{cm} = \frac{dQ_{cm}}{dN_s} = \frac{dQ_{cm}}{dQ_{ne}} \frac{dQ_{ne}}{dQ_0} \frac{dQ_0}{dN_s}, \quad (11.39)$$

или, пренебрегая изменением $\frac{dQ_{ne}}{dQ_0}$ в зависимости от нагрузки,

$$r_{cm} \approx r_Q r_{ПК} \quad (11.40)$$

где $r_{ПК} = dQ_{ст}/dQ_{не}$ - удельный или относительный прирост расхода тепла в паровом котле.

Рис. 11.9. Типичные кривые изменения $r_{ПК}$ и $\eta_{ПК}$ для паровых котлов.
1 - $r_{ПК} = f(Q_{ПК})$; 2 - $\eta_{ПК} = f(Q_{ПК})$.



Типичная кривая изменения $r_{ПК}$ для парового котла показана на рис. 11.9, там же приведена кривая изменения КПД котла $\eta_{ПК}$. Обычно нагрузка $Q_{ПК,эк}$, при которой КПД котла имеет наибольшее значение, меньше номинальной $Q_{ПК,н}$, а в интервале нагрузок, в котором обычно работает паровой котел, $r_{ПК}$ непрерывно растет.

Можно показать, что

$$r_{ПК} = \frac{1 - Q_{cm} (d\eta_{ПК} / dQ_{ПК})}{\eta_{ПК}} \quad (11.42)$$

Задание 13.3. Режимы работы оборудования электростанций.

Ответ: Основными режимами агрегатов и блоков являются: режим пуска и остановки, работа под нагрузкой, нахождение в резерве. По каждому из названных режимов даются рекомендации заводами-изготовителями оборудования, на основе которых персонал электростанций разрабатывает местные должностные инструкции по эксплуатации.

Пуск агрегатов и блоков. Режим пуска представляет собой систему последовательных операций, проводимых непосредственно персоналом или автоматическими устройствами. Основное внимание при пуске уделяется равномерному прогреву оборудования и соблюдению допустимых скоростей роста температур наиболее ответственных элементов (барабанов и коллекторов паровых котлов, цилиндров и роторов турбин, паропроводов). Для современных агрегатов и блоков пуск является сложной и ответственной операцией, требующей повышенного внимания персонала и четких безошибочных действий. По времени операция пуска складывается из таких этапов: подготовка к пуску, пуск, включение в работу, набор нагрузки.

Подготовка к пуску заключается в проверке закрытия и сдачи всех нарядов на ремонт, подробном осмотре всего агрегата или блока, проверке исправности приборов и

действия автоматических систем, приведении в пусковое положение схем, органов управления и защитных устройств.

При подготовке к пуску паровых котлов выполняются такие операции, как заполнение котлов водой, закрытие люков на газоходах и их вентиляция дымососами, проверка действия предохранительных клапанов и водоуказательных приборов, установка в соответствующее положение арматуры пусковой схемы. Делаются отметки положения реперов контроля расширения барабанов и коллекторов, проверяется возможность подачи пара от соседнего котла для разогрева водопарового тракта.

Перед пуском реакторов АЭС циркуляционные контуры заполняются теплоносителем, уточняется запас реактивности, проверяется действие стержней регулирования и защиты. Затем производится разогрев контура до температуры около 100—150°C с одновременным подъемом давления. Температура теплоносителя повышается за счет работы электроподогревателей или (на ВВЭР-210) работы циркуляционных насосов, пускаемых с этой целью. Время разогрева от 40 до 100°C составляет 4—6 ч.

При подготовке к пуску турбин проверяется действие автоматов безопасности, состояние масляной системы и опробование резервных масляных насосов; легкость перемещения регулирующих и стопорных клапанов, исправность валоповоротного устройства. Производится прогрев подводящих паропроводов посредством подачи в них пара.

Далее включается валоповоротное устройство и дается пар на прогрев проточной части и корпусов турбины.

Пуск — это операция приведения агрегата в действие и прогрев его элементов до рабочей температуры.

Пуск (растопка) паровых котлов начинается с зажигания растопочного топлива и создания в топке устойчивого факела. При растопке принимаются меры защиты пароперегревателя от пережога: на барабанных котлах — пропуском пара от постороннего источника, а на прямоточных котлах — прокачкой воды через циркуляционную систему в количестве до 30% номинального расхода и охлаждением собственным паром из расширителя. В начале подъема давления производится крепление всех фланцевых соединений, которые до пуска ремонтировались. Контролируется равномерность расширения коллекторов и барабанов по имеющимся реперам. При достижении тепловой нагрузки топки, равном 30% номинальной, начинается переход на основное топливо. Пускаются мельницы и другое оборудование пылесистем, подается топливо на рабочие горелки. К концу пуска давление в выходном паропроводе доводится до номинального.

Пуск реакторов АЭС начинается с извлечения регулирующих стержней и доведения активной зоны до критического состояния. После начала цепной реакции поддерживается такой уровень мощности, который обеспечивает прогрев реактора и всего контура с допустимой скоростью роста температуры. Контроль за нарастанием мощности ведется с помощью пусковых, а затем рабочих ионизационных камер. При достижении температуры теплоносителя 60—70% номинальной начинается пуск второго контура: подается пар на прогрев ПГ и паропроводов, пускаются подпиточные и питательные насосы, подается пар к турбинам.

Пуск турбин начинается с подачи пара через регулирующие клапаны и трогания ротора. Прогрев турбины ведется с постепенным возрастанием расхода пара и числа оборотов ротора с таким расчетом, чтобы скорость роста температуры не превышала допустимую для данного типа турбины. К концу прогрева обороты ротора доводятся до номинального значения.

Включение в работу и набор нагрузки является заключительной операцией. Паровые котлы включаются в общий паропровод при равенстве давлений в выходной камере пароперегревателя и паропроводе. После включения начинается набор нагрузки посредством увеличения подачи топлива и воздуха и включения дополнительных горелок.

Для ядерного реактора переход от пуска к включению не имеет четкой границы. Для двухконтурных АЭС этот момент начинается с пуска питательных насосов второго контура, после чего тепловая нагрузка интенсивно возрастает. Набор нагрузки реактора осуществляется изменением положения стержней регулирования.

Для турбины включение в работу считается с момента синхронизации генератора с сетью и включения соединительного выключателя. Набор нагрузки турбины производится открытием регулирующих клапанов.

Скорость набора нагрузки для всех типов агрегатов регламентируется по времени заводскими инструкциями.

Режим пуска и последовательность отдельных операций для парового котла и блока показаны на рис. 21.1. а, б.

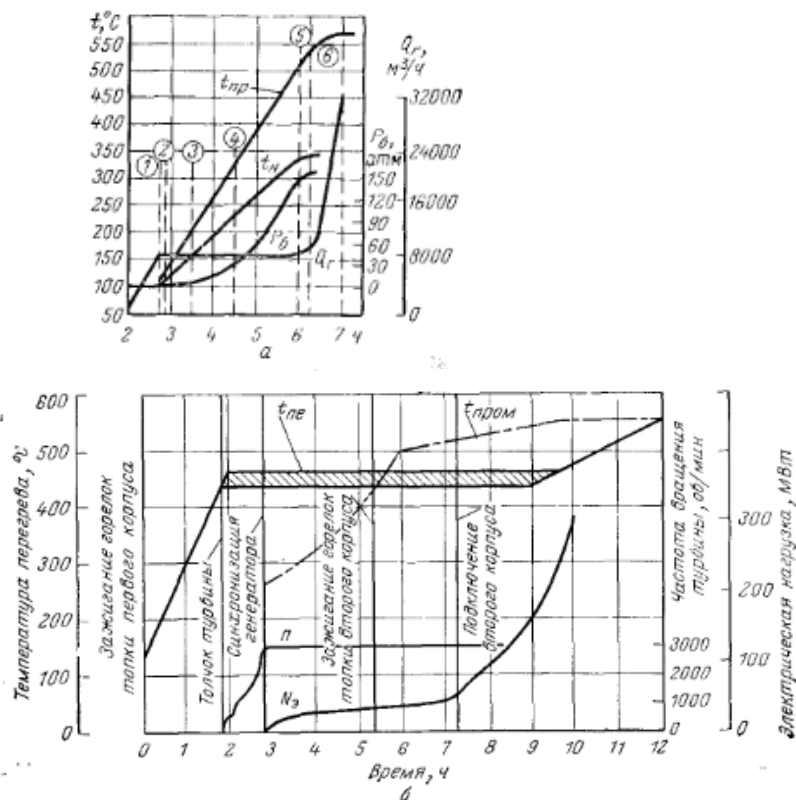


Рис. 21.1. Режимы пуска агрегата и блока из холодного состояния.

а — котел ТГМ-96: 1 — розжиг горелок; 2 — закрытие воздушников; 3 — закрытие дренажей радиационного пароперегревателя; 4 — продувка экранов; 5 — подключение к паровой магистрали; 6 — набор нагрузки; б — пуск дубль-блока мощностью 300 МВт.

Режим работы под нагрузкой. Этот режим организуется таким образом, чтобы обеспечивались высокие технико-экономические показатели агрегатов (блоков) и электростанции в целом при обязательном выполнении графика нагрузки и плановой выработки энергии установленного качества по параметрам пара, напряжению и частоте электрического тока.

Высокие технико-экономические показатели достигаются в том случае, если каждому значению нагрузки агрегата или блока соответствуют оптимальные значения таких показателей, как температура питательной воды, расход охлаждающей воды, соотношения подачи топлива и воздуха в топку, нагрузки электродвигателей механизмов собственных нужд, состав дымовых газов и другие параметры, определяющие в конечном итоге тепловые потери и КПД агрегатов. По вопросам ведения экономичных режимов персонал руководствуется оперативными документами в виде режимных карт (паровых котлов), и паровых характеристик и диаграмм режимов (для турбин и блоков) составляемых по данным испытаний оборудования. В этих документах указываются

нагрузки основных агрегатов и блоков и соответствующие им оптимальные значения всех других контролируемых показателей.

Установленное на электростанции основное оборудование не всегда бывает однотипно и равноэкономично. Это учитывается при распределении заданной нагрузки электростанции между параллельно работающими агрегатами или блоками.

Остановка агрегатов и блоков. В условиях эксплуатации остановки бывают нормальными и аварийными. Нормальная остановка производится в соответствии с графиком нагрузки по распоряжению диспетчера или дежурного инженера; аварийная остановка - при возникновении неисправности оборудования или аварии во внешних электрических сетях.

При нормальной остановке агрегат или блок постепенно разгружается, затем отключается и далее расхолаживается с определенной скоростью понижения температуры, рекомендуемой заводом — изготовителем оборудования.

Отключение котла осуществляется закрытием задвижки на главном паропроводе, выполняемом сразу же после прекращения подачи топлива и воздуха в топку, Охлаждение барабанов, коллекторов и обмуровки обеспечивается работой дымососов, подпиткой котла водой с одновременным дренированием пароводяного тракта.

Отключение турбин проводится после отключения генератора от сети закрытием регулирующих, а затем и стопорных клапанов. После остановки ротора включается валоповоротное устройство, продолжающее вращать ротор для предотвращения его прогиба при остывании. В течение всего времени остановки и расхолаживания в конденсаторе поддерживается нормальный вакуум.

Реакторы АЭС останавливаются посредством введения регулирующих стержней и стержней защиты в активную зону, а при борном регулировании — путем подачи раствора бора в теплоноситель. Расхолаживание реактора производится прокачкой теплоносителя и отводом тепла через технологические конденсаторы. На некоторых АЭС для отвода тепла предусматриваются специальные установки расхолаживания с насосами и теплообменниками, охлаждаемыми технической водой.

При аварийной остановке снятие нагрузки происходит мгновенно или в очень короткое время. В условиях эксплуатации бывают случаи, когда сброс нагрузки происходит по не зависящим от агрегата или блока причинам, например при авариях во внешней электрической сети. Для того чтобы агрегат или блок в таких случаях не отключался и не останавливался, аварийная защита дополняется блокировкой, удерживающей агрегат или блок в режиме холостого хода. Это позволяет быстро набрать нагрузку после устранения внешнего повреждения,

Режим резерва агрегатов и блоков. Агрегаты и блоки выводятся в резерв при избытке мощности в системе. Время нахождения в резерве может быть длительным или кратковременным. При остановке в длительный резерв (несколько суток, недель) оборудование расхолаживается и консервируется, а при остановке в кратковременный резерв (несколько часов) — поддерживается в горячем состоянии.

Режим горячего резерва котлов поддерживается на растопочном топливе при слабой циркуляции воды и небольшой выработке пара. Для турбин горячий резерв обеспечивается работой на холостом ходу или в двигательном режиме, когда генератор не отключается от сети и работает как двигатель.

Задание 13.4.Однобайпасная и двухбайпасная пусковые схемы энергоблоков.

Ответ: Схему оборудования, обеспечивающего проведение пусковых и остановочных операций, поддержание режима холостого хода и защиту при переменных режимах называют пусковой. Специфическими элементами пусковых схем являются пусковые сеператоры редукционно-охладительные (РОУ), быстродействующие

редукционно-охладительные (БРОУ) или пускосбросные быстродействующие (ПСБУ) установки, соединительные трубопроводы с арматурой. На пусковых схемах обычно показывают эти элементы, а также значительную часть основного и вспомогательного оборудования блока и связи между ними. Пусковые схемы должны обеспечивать надежный пуск блоков из любого теплового состояния при минимальных продолжительности, затратах теплоты и электроэнергии, а также удерживать их в работе при сбросе нагрузки до холостого хода или до нагрузки собственных нужд.

Разнообразие пусковых схем объясняется применением различных типов котлов, турбин, растопочных и пускосбросных устройств, методов регулирования температуры основного и промежуточного пара, а также конструкций и способов охлаждения промежуточного пароперегревателя. По месту установки растопочных устройств пусковые схемы бывают с встроенными и выносными сепараторами, а по типу пускосбросных устройств и способу охлаждения промежуточного пароперегревателя—одно- и двухбайпасные.

При сбросе нагрузки, особенно в аварийных режимах, необходимо быстро перевести котел на растопочную нагрузку, а турбину — на холостой ход или нагрузку собственных нужд. Появившиеся значительные избытки пара необходимо быстро сбросить в конденсатор (или деаэратор), для чего используют пускосбросные устройства (ПСБУ, БРОУ), имеющие электрический или электрогидравлический привод. При сбросе нагрузки, несмотря на прекращение поступления основного пара из сепаратора 4, необходимо обеспечить охлаждение промежуточного пароперегревателя, для чего используют пар от постороннего источника или сбрасываемый из паропровода свежего пара. В зависимости от схемы сброса пара и охлаждения в этот момент промежуточного пароперегревателя различают одно- и двухбайпасные пусковые схемы блоков.

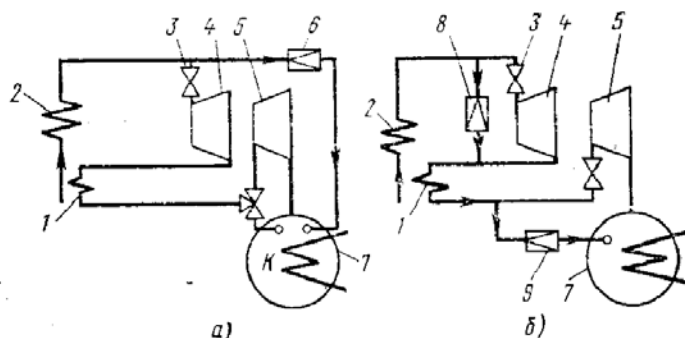


Рис. 149. Пусковые схемы блока:

a — однобайпасная; *б* — двухбайпасная; 1 — промежуточный пароперегреватель, 2 — паровой котел, 3 — главная паровая задвижка, 4, 5 — цилиндры высокого и среднего давления, 6 — пускосбросное устройство, 7 — конденсатор, 8, 9 — быстродействующие редукционно-охладительные установки БРОУ-1 и БРОУ-2

При однобайпасной схеме (рис. 149, а) избыток свежего пара из паропровода через пускосбросное устройство 6 сбрасывается в конденсатор 7. Промежуточный пароперегреватель 1 либо не охлаждается, либо охлаждается паром из коллектора собственных нужд или растопочного узла котла.

В двухбайпасной схеме (рис. 149, б) предусмотрен сброс пара из паропровода свежего пара в «холодный» паропровод промперегрева, а затем после прохождения промежуточного пароперегревателя из «горячего» паропровода промперегрева в конденсатор 7. Для этой цели устанавливают два пускосбросных устройства 8 и 9 (БРОУ-1 и БРОУ-2), которые должны работать синхронно. Двухбайпасную схему применяют, когда промежуточный пароперегреватель располагается в зоне высоких температур газа (около 1000°C) и его необходимо обязательно охлаждать.

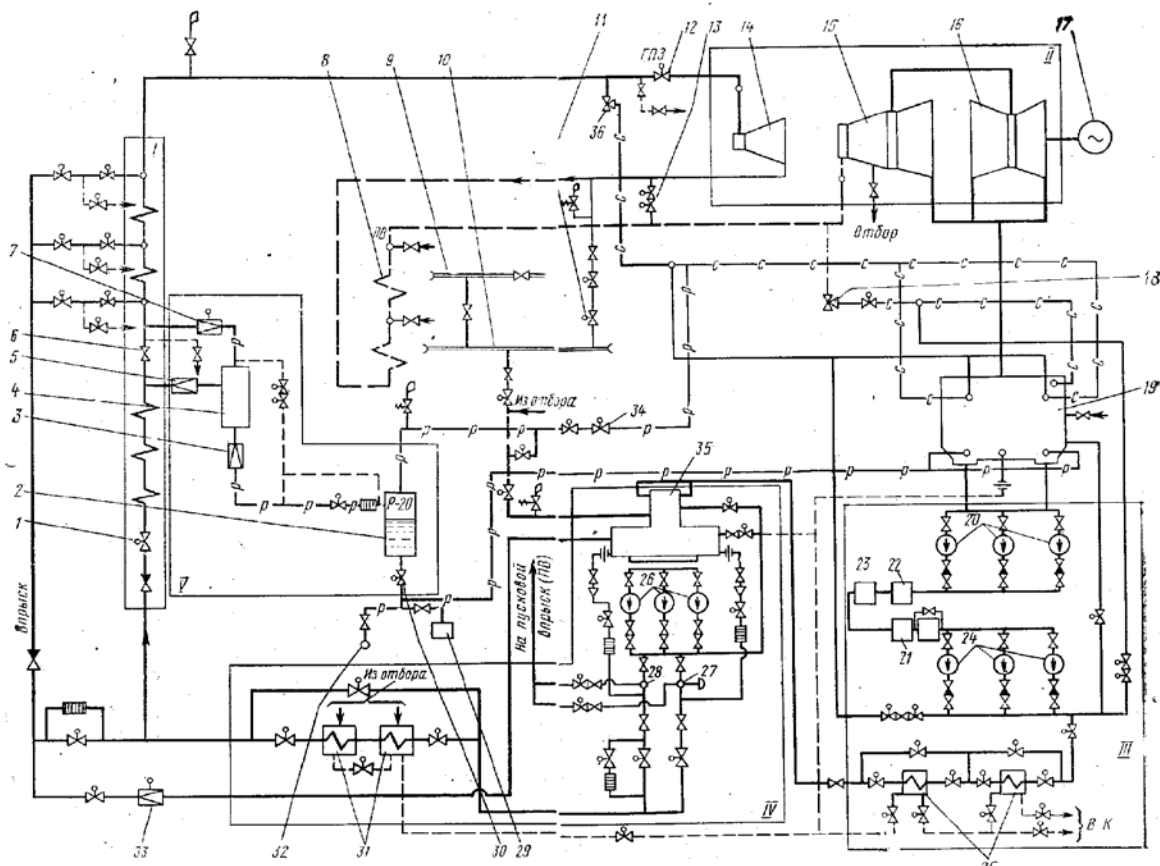


Рис. 150. Пусковая однобайпасная схема моноблока на сверхкритическое давление мощностью 300 МВт с турбинами К-300-240:
 1 — регулирующий питательный клапан, 2 — растопочный расширитель, 3, 5, 7 — дроссельные клапаны на сбросе воды из сепаратора, на входе в него и на выходе пара из сепаратора, 4 — расстойный встроенный сепаратор, 6, 12 — встроенная и основная магистраль пара, 10 — коллектор собственных нужд блока, 11 — редуцирующее устройство, 13 — регулирующий байпасный клапан пропаривания, 14, 15, 16 — цилиндры высокого, среднего и низкого давления, 17 — электрический генератор, 18 — бистривключаемый клапан, 19 — конденсатор, 20, 24 — конденсатные элекронасосы первой и второй ступеней, 21 — блочная обессоливающая установка, 22, 23 — линии, 26 — буферные насосы, 27, 28 — питательные турбо- и электронасосы, 29 — расширитель, 32 — циркуляционный водовод, 33 — дроссельный клапан ДрБ линии рециркуляции впуска, 35 — деаэризатор, 36 — пускосбросное устройство, 1 — паровой котел, II — турбина, III и IV — конденсатная и питательная группы, V — пусковой узел

По сравнению с однобайпасной схемой двухбайпасная более сложна в эксплуатации и требует больших затрат. Кроме того, синхронное регулирование работы двух БРОУ затруднено, что обуславливает появление значительных выбегов температур. В двухбайпасной схеме при пуске на прямоточном режиме температуры свежего и промежуточного пара близки. Это, с одной стороны, ведет к появлению значительной разности температур пара и стенок труб в высокотемпературной части промежуточного пароперегревателя, а с другой — требует дополнительного снижения температуры промежуточного пара с использованием пусковых впрысков, что повышает расход теплоты и увеличивает время пуска блока.

Задание 13.5.Регенеративный подогрев конденсата и питательной воды и его влияние на тепловую экономичность на КЭС и ТЭЦ.

Ответ: Регенеративный подогрев питательной воды (см. рис. 2.1) применяется в настоящее время на всех паротурбинных установках. Это объясняется тем, что такой

подогрев существенно повышает тепловую и общую экономичность установок. В схемах с регенеративным подогревом потоки пара, отводимые из турбины в регенеративные подогреватели, совершают работу без потерь в холодном источнике (конденсаторе). При этом для одной и той же электрической мощности турбогенератора расход пара в конденсатор уменьшается и КПД установки увеличивается.

Количество пара, отбираемого из отборов, зависит прежде всего от температуры, до которой может быть подогрет конденсат турбины.

Чем выше параметры пара перед турбиной, тем больше интервал температур, на который может быть осуществлен подогрев конденсата, и больше эффект от применения схемы с регенеративным подогревом.

Обычно на электростанциях средних параметров температура питательной воды находится в пределах от 150 до 170 °С; при высоких давлениях — от 225 до 275 °С (при номинальной нагрузке и номинальных параметрах пара перед турбиной).

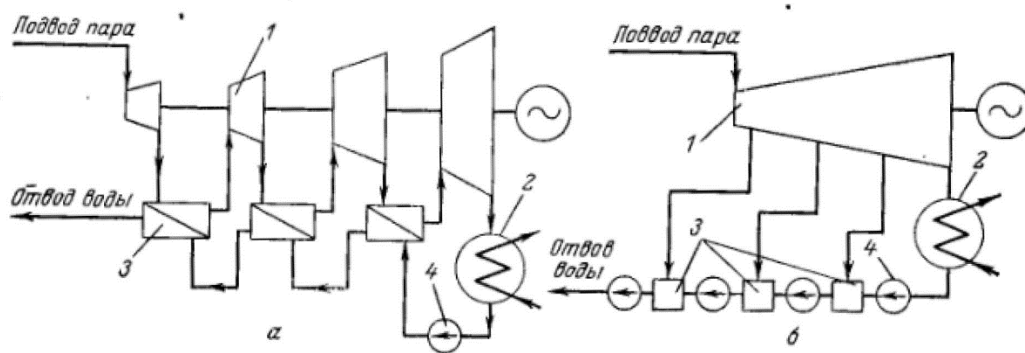


Рис. 5.1. Схемы регенеративного подогрева питательной воды в трех регенеративных подогревателях при отводе в подогреватели всего потока пара (а) (теоретический цикл) и при отводе в них небольшой части пара из отборов турбины (б).

1 — турбогенераторная установка; 2 — конденсатор; 3 — регенеративный подогреватель; 4 — насос.

На

рис. 5.1, а приведена теоретическая схема подогрева питательной воды при трех регенеративных подогревателях. По этой схеме регенеративный подогрев ведется всем потоком рабочей среды. При такой организации процесса регенеративные подогреватели, проходные сечения отборов и коммуникаций громоздки, а потери в них на трение чрезмерно велики. Кроме того, возрастает влажность пара в последних ступенях турбины. Поэтому в реальных установках в регенеративные подогреватели отводится не весь поток пара, а только небольшая его часть (рис. 5.1, б). Здесь этот пар конденсируется, отдавая свое тепло питательной воде. Образовавшийся при этом конденсат вводят в общий поток питательной воды. При такой схеме расход пара в турбине уменьшается от одного отбора к другому.

Для одной и той же мощности турбины общий расход пара возрастает, так как поток, выводимый в регенеративную систему, совершает меньшую работу, чем поток, поступивший в конденсатор. В результате высота лопаток в ЧВД получается большей, чем для турбины без регенеративных отборов, а в ЧНД — меньшей. Это, как известно, увеличивает внутренний относительный КПД. Таким образом, применяемая на реальных установках схема не только устраняет недостатки цикла с постоянным расходом пара, но и дает возможность выполнить проточную часть турбины более совершенной.

Для схемы с регенеративным подогревом питательной воды в подогревателях (см. рис. 5.1, б) внутренний абсолютный КПД определяется выражением

$$\eta_{i,p} = \frac{\alpha_k(i_0 - i_k^H) + \sum_1^z \alpha_{i,p}(i_0 - i_{i,p})}{\alpha_k(i_0 - i_k) + \sum_1^z \alpha_{i,p}(i_0 - i_{i,p})} \quad (5.1)$$

где $\alpha_{i,p}$ и α_k — доля общего расхода пара на турбину, отбираемая в i -й отбор и поступающая в конденсатор соответственно; $i_{i,p}$ — энтальпия пара i -го отбора.

Выражение

$$\frac{\sum_1^z \alpha_{i,p} (i_0 - i_{i,p})}{\alpha_k (i_0 - i_k^n)} = A_p \quad (5.2)$$

представляет собой отношение работы всех потоков пара, отводимых в отборы, к работе конденсационного потока, а отношение $\frac{(i_0 - i_{i,p})}{(i_0 - i_k^n)}$ — КПД простейшей конденсационной установки (без регенерации).

Таким образом, уравнение принимает вид

$$\eta_{i,p} = \eta_{i,k} \left[\frac{(1 + A_p)}{(1 + A_p \eta_{i,k})} \right] \quad (5.3)$$

где A_p — энергетический коэффициент. Чем он больше, тем больше эффект от применения регенеративного подогрева.

Задание 13.6. Схемы подогрева сетевой воды.

Ответ: На рис. 7,2, а приведена применяющаяся в настоящее время на крупных ТЭЦ с отопительной нагрузкой схема подогрева сетевой воды. Сетевая установка имеет два подогревателя, к которым подводится пар от двух отборов турбины, В конденсаторе имеется отдельный встроенный теплофикационный пучок (ТК). В зимний период через этот пучок пропускается сетевая вода или добавочная вода, направляемая затем в тепловую сеть для компенсации утечек. Когда через ТК проходит сетевая вода, она нагревается в нем на несколько градусов и затем поступает в сетевые подогреватели. Когда через ТК проходит добавочная вода, сетевая вода из магистрали направляется непосредственно в сетевые подогреватели. После сетевых подогревателей установлен пиковый водогрейный котел (ПВК), однако ПВК включается, лишь когда количество отбираемого из отборов пара недостаточно для покрытия всей тепловой нагрузки. При включенном теплофикационном пучке конденсатора техническая вода к конденсатору не подводится и теплофикационная установка работает без потерь в холодном источнике.

Вакуум при этом, конечно, понижается.

В летний период сетевая вода подогревается только в сетевом подогревателе нижней ступени. На многих установках имеется один теплофикационный отбор (рис. 7.2, б). Пар от этого отбора с давлением 0,12—0,24 МПа (на некоторых турбинах давление изменяется в пределах 0,07—0,24 МПа) отводится к основному подогревателю сетевой установки.

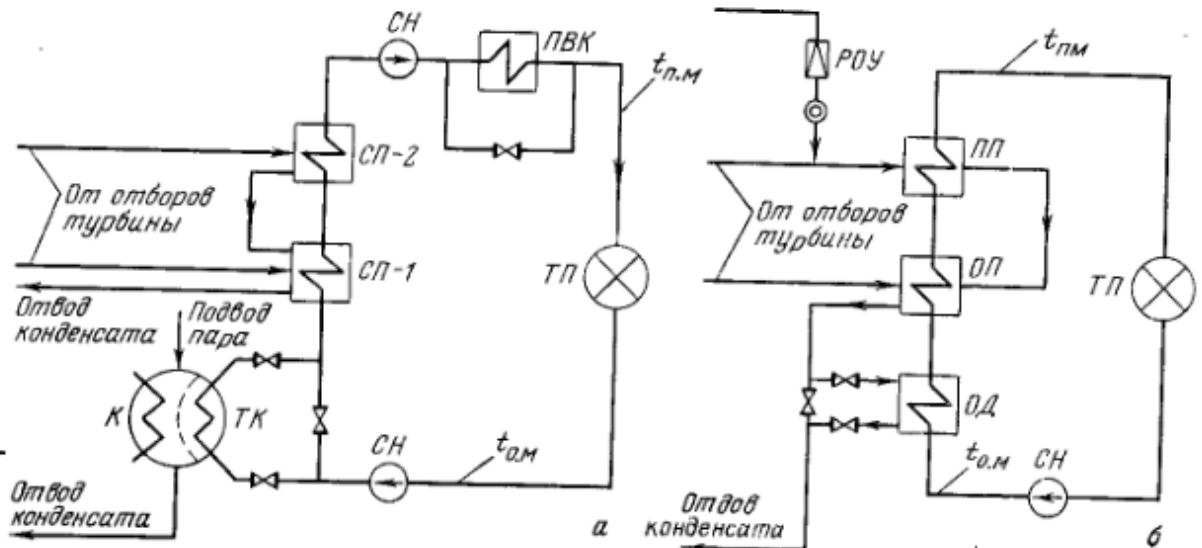


Рис. 7.2. Схемы подогрева сетевой воды на установках с двумя теплофикационными отборами и теплофикационным пучком в конденсаторе турбины (а) и на установках с одним теплофикационным отбором (б).

СП₁ и СП₂ — сетевые подогреватели нижней и верхней ступеней; ОП — основной подогреватель; ПП — пиковый подогреватель; ТК — теплофикационный пучок конденсатора турбины; ОД — охладитель дренажа; ЛВК — пиковый водогрейный котел; СН — сетевой насос; К — конденсатор турбины; РОУ — редуционно-охладительная установка; ТП — тепловой потребитель.

Дополнительный подогрев сетевой воды (в холодные дни отопительного сезона) может проводиться в пиковом подогревателе, пар к которому подводится от РОУ или от промышленных отборов турбины (если это не приведет к необходимости уменьшить расход пара на технологические нужды). На схеме, изображенной на рис. 7.2,б, наряду с основным и пиковым подогревателями показан также охладитель дренажа. Этот теплообменник имеется на сетевых установках, к которым подводится пар от регулируемого отбора установки среднего давления с деаэратором, который работает при давлении 0,12 МПа.

При низкой температуре наружного воздуха давление в основном подогревателе поднимается до 0,24 МПа, а температура дренажа — до 125°C. Для обеспечения нормальной работы деаэратора в этих условиях дренаж необходимо охлаждать. Охлаждение дренажа сетевой водой не приводит к изменению тепловой экономичности ТЭЦ, так как из-за некоторого подогрева сетевой воды в охладителе дренажа расход пара в основной подогреватель уменьшается, а расход пара на деаэратор в равной мере увеличивается.

На установках с деаэратором, работающим при 0,6 МПа и выше, охладитель дренажа не нужен.

Общее количество передаваемого сетевой водой потребителю тепла определяется выражением

$$Q_{\text{общ}} = Q_{\text{от}} + Q_{\text{в}} + Q_{\text{б.н.}} \quad (7.2)$$

Задание 13.7. Экономия топлива при совместном (комбинированном) производстве электроэнергии и тепла на ТЭЦ.

Ответ: Сравнение тепловой экономичности ТЭЦ и отдельной установки можно провести, сопоставив значения полного КПД. Так как при сравнении $N_{\text{э}}$ и $Q_{\text{тп}}$ для обоих типов установок следует принять одинаковыми, то очевидно, что $\eta_{\text{ст.ТЭЦ}}^{\text{полн}}$ выше в случае, когда расход тепла по станции $Q_{\text{ст}}$ ниже.

Общий расход тепла на раздельной установке

$$Q_{\text{ст. р. у}} = (N_{\text{э}}/\eta_{\text{э}} \eta_{\text{пот}}) + (Q_{\text{ТП}}/\eta_{\text{ТП}} \eta_{\text{пот}}), \quad (6.61)$$

а для ТЭЦ

$$Q_{\text{ст. ТЭЦ}} = (N_{\text{э, ТЭЦ}}/\eta_{\text{э, ТЭЦ}} \eta_{\text{пот}}) + (Q_{\text{ТП}}/\eta_{\text{ТП}} \eta_{\text{пот}}). \quad (6.62)$$

При одних и тех же потерях в отдельных элементах установки (при равных значениях $\eta_{\text{пот}}$) так как электрическим КПД по производству электроэнергии на ТЭЦ $\eta_{\text{э, ТЭЦ}}$ всегда выше электрического КПД конденсационной установки $\eta_{\text{э}}$. Следовательно, тепловая экономичность ТЭЦ всегда выше, чем тепловая экономичность раздельной установки.

Экономия топлива, рассчитанная на 1 кВт·ч выработанной энергии [кг/(кВт·ч)]

$$\Delta b = 3600 (\Delta Q/Q_{\text{р}}^{\text{н}} N_{\text{э}}), \quad (6.63)$$

где $\Delta Q = Q_{\text{ст. р. у}} - Q_{\text{ст. ТЭЦ}}$.

Если при производстве каждого 1 кВт·ч энергии экономится $\Delta b'$ кг условного топлива, а на 1 ГДж тепла, отданного потребителю, вырабатывается ε кВт·ч электроэнергии, то экономия, рассчитанная на 1 ГДж отданного потребителю тепла (кг/ГДж), определится как

$$\Delta b = \varepsilon \Delta b', \quad (6.64)$$

или, учитывая, что $\Delta b' = b_{\text{у, к}} - b_{\text{у, ТЭЦ}}$, получаем

$$\Delta b = \varepsilon (b_{\text{у, к}} - b_{\text{у, ТЭЦ}}), \quad (6.65)$$

где $b_{\text{у, к}}$ — удельный расход условного топлива на конденсационной турбине раздельной установки; $b_{\text{у, ТЭЦ}}$ — удельный расход условного топлива на производство электроэнергии на ТЭЦ.

Задание 13.8. Применение промежуточного перегрева на КЭС и ТЭЦ и его влияние на тепловую экономичность электростанции.

Ответ: По полному и удельному расходам пара легко установить соответствующие расхода тепла. Полный расход тепла (кДж/с) на турбогенераторную установку без промежуточного перегрева

$$Q_0 = D (i_0 - i_{\text{п. в}}), \quad (6.25)$$

а для установки с промежуточным перегревом

$$Q_0 = D \left[(i_0 - i_{\text{п. в}}) + \left(1 - \sum_1^m \alpha_i \right) (i_{\text{п. п}}^{\text{II}} - i_{\text{п. п}}^{\text{I}}) \right], \quad (6.26)$$

где m — число отборов в ЧВД турбины (до промежуточного перегревателя).

Одна часть полного расхода тепла Q_0 расходуется на совершение внутренней работы в турбине N_i другая часть Q_k теряется в холодном источнике (конденсаторе турбины). Таким образом, для конденсационной установки

$$Q_0 = N_i + Q_k, \quad (6.27)$$

или

$$Q_0 = D H_{\text{п}} + D_k (i_{\text{к}}^{\text{н}} - i_{\text{к}}), \quad (6.28)$$

где D_k — расход пара в конденсатор.

Для простейшей конденсационной установки (без регенеративного подогрева питательной воды) $H_{\text{п}} = i_0 - i_{\text{к}}^{\text{н}}$, а $D = D_k$ и формула (6.28) принимает вид

$$Q_0 = D(i_0 - i_k^H) + D(i_k^H - i_k) = D(i_0 - i_k). \quad (6.29)$$

На паротурбинных установках с теплофикационными и промышленными отборами часть подведенной к турбине с паром тепловой энергии $Q_{ТП}$ отдается потребителю тепла, поэтому

$$Q_0 = N_i + (Q_{ТП}/\eta_{ТП}) + Q_K. \quad (6.30)$$

Чем больше доля отдаваемой потребителю тепловой энергии от общего расхода тепла Q_0 , тем (при тех же абсолютных значениях N_i и Q_0) меньше потери в конденсаторе. Для турбин с противодавлением $Q_K = 0$ и, следовательно,

$$Q_0 = N_i + (Q_{ТП}/\eta_{ТП}). \quad (6.31)$$

При принятых начальных параметрах пара и требуемом противодавлении электрическая мощность установки определяется количеством тепла $Q_{ТП}$, отдаваемым потребителю. Действительно,

$$N_{\vartheta} = D H_{II} \eta_M \eta_r. \quad (6.32)$$

Но для турбины с противодавлением расход пара D зависит от $Q_{ТП}$ так как

$$Q_{ТП} = D_{II} (i_{II} - i_{o.k}) \eta_{ТП}, \quad (6.33)$$

а

$$D_{II} = D \left(1 - \sum_1^z \alpha_i \right), \quad (6.34)$$

где i_{II} — энтальпия пара, подаваемого потребителю тепла, кДж/кг; $i_{o.k}$ — энтальпия обратного конденсата, кДж/кг; D_{II} — расход пара, подаваемого потребителю, кг/с.

В формуле (6.34) в $\sum_1^z \alpha_{i,p}$ входит также величина α_c , если рассматривается турбина на насыщенном паре с противодавлением.

Из уравнений (6.32) — (6.34) следует, что зависимость развиваемой генератором мощности от $Q_{ТП}$ определяется выражением

$$N_{\vartheta} = \frac{H_{II} \eta_M \eta_r}{(i_0 - i_{o.k}) \eta_{ТП} \left(1 - \sum_1^z \alpha_i \right)} Q_{ТП}. \quad (6.35)$$

Когда в турбине с противодавлением $D = D_{II}$ (никаких отборов нет), уравнение (6.35) принимает вид

$$N_{\vartheta} = \frac{i_0 - i_{II}}{i_{II} - i_{o.k}} \frac{\eta_M \eta_r}{\eta_{ТП}} Q_{ТП}. \quad (6.36)$$

Из уравнений (6.31) и (6.35) можно получить также формулу, определяющую общий расход тепла на турбогенераторную установку с противодавлением Q_0 в зависимости от $Q_{ТП}$. В общем виде (при наличии отборов) эта зависимость имеет вид

$$Q_0 = \left[1 + \frac{H_{II}}{(i_{II} - i_{o.k}) \left(1 - \sum_1^z \alpha_i \right)} \right] \frac{Q_{ТП}}{\eta_{ТП}}. \quad (6.37)$$

Для турбины с противодавлением без промежуточного перегрева и отборов (когда $D = D_{II}$) это уравнение приводится к виду

$$Q_0 = \frac{i_0 - i_{o.k}}{i_{II} - i_{o.k}} \frac{Q_{ТП}}{\eta_{ТП}}. \quad (6.38)$$

Располагая установленными зависимостями, легко определить показатели тепловой экономичности турбогенераторной установки и станции в целом.

Для конденсационных установок без промежуточного перегрева удельный расход тепла [кДж/(кВт·ч)]

$$q_{\text{э}} = d (i_0 - i_{\text{п.в}}), \quad (6.39)$$

а при наличии промежуточного перегрева

$$q_{\text{э}} = d \left[(i_0 - i_{\text{п.в}}) + \left(1 - \sum_1^m \alpha_i \right) (i_{\text{п.п}}^{\text{II}} - i_{\text{п.п}}^{\text{I}}) \right]. \quad (6.40)$$

Соответственно электрический КПД для схемы без промежуточного перегрева

$$\eta_{\text{э}} = 3600/d (i_0 - i_{\text{п.в}}) \quad (6.41)$$

и для схемы с промежуточным перегревом

$$\eta_{\text{э}} = \frac{3600}{d \left[(i_0 - i_{\text{п.в}}) + \left(1 - \sum_1^m \alpha_i \right) (i_{\text{п.п}}^{\text{II}} - i_{\text{п.п}}^{\text{I}}) \right]}. \quad (6.42)$$

Количество тепла, теряемое 1 кг пара $q_{\text{э,тэц}}$ определяется зависимостью

$$q_{\text{э, тэц}} = \frac{3600}{\eta_{\text{м}} \eta_{\text{г}}} + 3600 \frac{1 - \sum_1^z \alpha_{i,p} - \sum_1^k \alpha_{j, \text{тп}}}{\eta_{\text{м}} \eta_{\text{г}}} \frac{q_{\text{к}}}{H_{\text{п}}}. \quad (6.49)$$

Для конденсационных установок эта зависимость имеет вид

$$q_{\text{э}} = \frac{3600}{\eta_{\text{м}} \eta_{\text{г}}} + 3600 \frac{1 - \sum_1^z \alpha_{i,p}}{\eta_{\text{м}} \eta_{\text{г}}} \frac{q_{\text{к}}}{H_{\text{п}}}. \quad (6.50)$$

Для турбин насыщенного пара в этих уравнениях сумма $\sum_1^z \alpha_{i,p}$ включает в себя,

конечно, и величину α_c .

Из уравнения (6.50) видно, что удельный расход тепла $q_{\text{э}}$ зависит главным образом от отношения $q_{\text{к}}/H_{\text{п}}$. Чем выше начальные параметры, меньше потери в турбине и ниже (до определенных значений), тем больше эквивалентное приведенное теплопадение $H_{\text{п}}$, меньше отношение $q_{\text{к}}/H_{\text{п}}$ (так как $q_{\text{к}}$ изменяется незначительно) и меньше удельный расход тепла на производство электроэнергии. С увеличением начальных параметров возрастает также количество пара, отбираемого на регенерацию (увеличивается $\sum_1^z \alpha_{i,p}$)

что оказывает дополнительное положительное влияние на показатели тепловой экономичности станции.

Задание 13.9. Пуск и останов оборудования на электростанциях блочного и неблочного типов.

Ответ: На электростанциях с поперечными связями (не блочных) пуск котла и турбины производится последовательно. При таком пуске сначала пускается котёл до номинальных параметров в общую магистраль. Затем уже паром из общей магистрали пускают турбину. На станциях такого типа другой пуск не возможен. Здесь имеются большие потери времени, тепла, надёжность конструкции уменьшается.

На блочных станциях пуск осуществляется параллельно и котла, и турбины, он называется «пуском на скользящем давлении (параметрах)». Начинается с пуска котла, а когда параметры пара немного повысятся (пар будет перегретым), то этим паром

пускается турбина. При таком пуске экономится тепло, время пуска и надёжность турбины лучше сохраняется, так как пар не слишком горяч, прогрев идёт равномерно.

Несмотря на то, что пуск на скользящих параметрах и экономичнее и более надежен для оборудования, однако этот пуск осуществляется труднее для персонала, так как он сложен тем, что одновременно надо проводить сложные пусковые операции и на котле, и на турбине.

Остановы всего оборудования (турбин, блоков) разделяются на плановые и аварийные.

Плановые выполняются после проведения соответствующих подготовительных работ. Плановые остановки могут производиться как для ремонта оборудования, так и для резервирования (холодного и горячего). Отсюда, плановые остановки делают либо с расхолаживанием, либо с сохранением достаточного нагрева котла, турбины и паропроводов.

При останове в резерв целесообразно не производить расхолаживания, чтобы затем пуск произвести из неостывшего или горячего состояния для сокращения времени пуска. По технологии такого пуска плановая разгрузка производится при номинальных (или чуть ниже) параметрах, особенно температуры (не ниже $500 - 550^{\circ}\text{C}$) до нагрузки 45-50 % от номинальной. Затем гасится топка, быстро снимается нагрузка с турбины до 25-30 % от номинальной, а дальше её полным снятием срабатыванием защитных устройств (автоматом безопасности). Этим добиваются более «горячего» останова, без расхолаживания.

Останов с расхолаживанием турбины и паропроводов производится в капитальный ремонт, а также в ремонт, требующий охлаждения элементов.

Охлаждения турбины и паропроводов добиваются глубокой разгрузкой блока при плавном снижении температуры свежего пара и промперегрева до температуры $300 - 320^{\circ}\text{C}$, далее по графику-заданию. И на завершающих стадиях останова ЦВД турбины охлаждается до 180°C .

Аварийные остановки производятся в связи с возникновением аварийной ситуации на котле, турбине, блоке в целом. Здесь не нужны предварительные операции. Особенность такого останова – мгновенная, без разгружения, остановка котла, турбины, блока.

Задание 13.10. Пусковая схема энергоблока с барабанным котлом.

Ответ: На рис. 13.5 показана упрощенная одnobайпасная пусковая схема блока с барабанным котлом. Для простоты показано только по одной нитке свежего пара и пара промежуточного перегрева, по одному стопорному и регулирующему клапану ЦВД и ЦСД, по одному эжектору и конденсатному насосу.

Опытная проверка и отработка режимов пуска из холодного состояния блока проводятся после длительного простоя, пуска остывшего котла на неостывшую турбину, пусков из промежуточных тепловых состояний, т.е. после простоя 1—3 ч, 6—8 ч, из горячего резерва (простой до 50 мин). В связи с тем, что котел (после останова блока) расхолаживается быстрее турбины, наиболее тяжелым режимом является пуск холодного котла на неостывшую турбину при одnobайпасной пусковой схеме блока. В этом режиме пуска промперегреватель до толчка турбины и взятия нагрузки не охлаждается паром, что приводит к повышению температуры газов перед водяным экономайзером, энтальпии среды на входе в НРЧ и возможным повреждениям ее труб. Из-за неустойчивого регулирования возможно нарушение соотношения вода — топливо в режимах пуска и останова котла, поэтому проверка режима останова является важным пунктом программы испытаний.

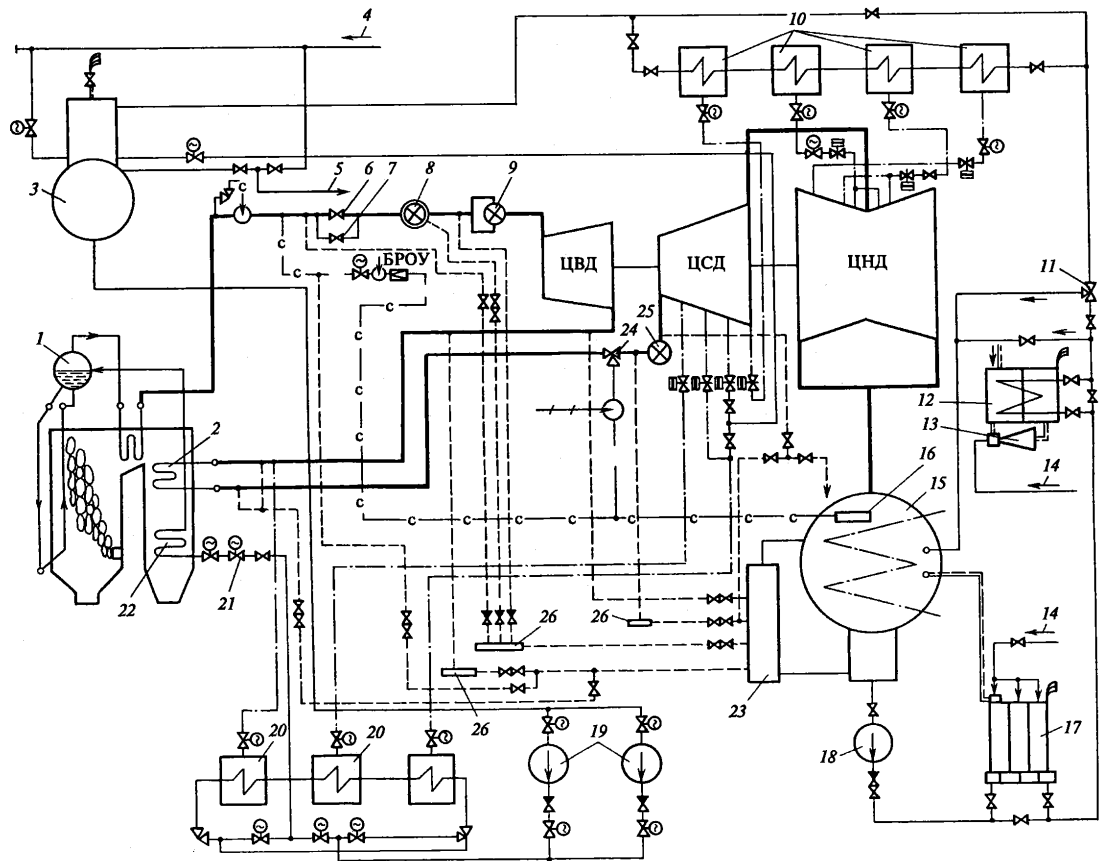


Рис. 13.5. Упрощенная пусковая схема блока с барабанным котлом

1 — барабан; 2 — промежуточный пароперегреватель; 3 — деаэрактор; 4 — пар от постороннего источника; 5 — пар на эжекторы; 6 — ГПЗ; 7 — байпас ГПЗ; 8 — стопорный клапан; 9 — регулирующий клапан; 10 — ПНД; 11 — клапан рециркуляции; 12 — эжекторный охладитель; 13 — эжектор уплотнений; 14 — пар от деаэрактора; 15 — конденсатор; 16 — пускосбросное устройство; 17 — эжектор; 18 — конденсатный насос; 19 — питательные насосы; 20 — ПВД; 21 — питательный клапан; 22 — экономайзер; 23 — расширитель; 24 — сбросная задвижка; 25 — комбинированный стопорно-регулирующий клапан ЦСД; 26 — дренажные коллекторы

Термин скользящие параметры пара означает постепенное повышение температуры и давления свежего пара от заданного исходного уровня до номинальных значений. Как на барабанным, так и на прямоточном котле скользящие параметры пара обеспечиваются постепенным увеличением расхода топлива. В обоих случаях в пароперегреватель (из барабана или ВС) поступает насыщенный пар и граница пароперегревателя является зафиксированной. Естественно, что при этом увеличение расхода топлива приводит к росту паропроизводительности котла и температуры пара. Наряду с этим при заданной паропроизводительности котла на соответствующем уровне установится и давление свежего пара. Этот уровень определяется принятой при разработке пусковой схемы блока пропускной способностью пускосбросного устройства (ПСВУ, БРОУ, РОУ). Таким образом, для получения при пуске блока минимально параметров свежего пара как на барабанным, так и на прямоточном котле требуется установить соответствующий минимальный расход топлива. Следовательно, требование о проведении пуска блока при скользящих параметрах пара направлено прежде всего на сокращение потерь топлива. Наряду с этим обеспечение заданного начального уровня температуры пара в соответствии с уровнем температуры паровпускных частей турбины создает наиболее благоприятные условия для их прогрева и позволяет сократить длительность пуска блока. Такой же эффект получается и от установления пониженного начального давления свежего пара, так как при этом дросселирование пара (соответственно и перепад температур) в регулирующих клапанах турбины (РК) минимально. Открытие всех РК при пуске ускоряется, вследствие чего совмещается прогрев самих РК и перепускных труб. Таким образом, рассматриваемое требование направлено также к обеспечению наиболее благоприятного режима и из условий надежности турбины. Особенно важным в этом отношении является установление заданной начальной температуры свежего и вторично перегретого пара. Вместе с тем не

только при пусках из холодного или близкого к нему состояния, но и при ряде пусков из неостывшего состояния температуры свежего и вторично перегретого пара на блоках, не оснащенных специальными устройствами для регулирования температуры пара, устанавливаются на уровне выше требуемого. Кроме того, в процессе нагружения блока важно выдерживать заданный график увеличения этих температур с минимальными отклонениями от него. Только при этом условии можно реализовывать в эксплуатационных условиях пуски блоков с минимальными продолжительностями, без превышения допустимых термических напряжений в металлоемких элементах оборудования.