БАНК ЗАДАНИЙ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В МАГИСТРАТУРУ
по направлению подготовки 15.04.06 «Мехатроника и робототехника»

Вопрос 1 представляет собой задачу

Вариант 1

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+3x=u$.

Вариант 2

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+x=u$.

Вариант 3

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}-x=u$.

Вариант 4

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+5x=u$.

Вариант 5

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+10x=u$.

Вариант 6

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}-3x=u$.

Вариант 7

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}-15x=10u$.

Вариант 8

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+5x=5u$.

Вариант 9

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}+10x=6u$.

Вариант 10

Найти переходную функцию системы заданной дифференциальным уравнением $\dot{x}-3x=5u$.

Вопрос 2 представляет собой задачу

Вариант 1

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}+3x=1$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 2

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}-\dot{x}+3x=1$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 3

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}+x=5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 4

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}-x=-5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 5

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}-x=-5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 6

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+\dot{x}+5x=-10$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 7

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}-5x=5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 8

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}+10x=5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 9

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}+15x=5$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вариант 10

Для системы заданной дифференциальным уравнением вида: $\ddot{x}+2\dot{x}+15x=20$ Найти особую точку, определить ее тип.

Вопрос 3 представляет собой задачу

Вариант 1

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+4p+55}$$

Вариант 2

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+4p^2+4p+55}$$

Вариант 3

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+4p^2+4p+15}$$

Вариант 4

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+4p^2+4p+5}$$

Вариант 5

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+p+5}$$

Вариант 6

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+10p+500}$$

Вариант 7

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+p+1}$$

Вариант 8

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+1p^2+3p+5}$$

Вариант 9

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+10p^2+10p+5}$$

Вариант 10

Методом Гурвица исследовать устойчивость системы с заданной передаточной функцией:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+p+50}$$

Вопрос 4 представляет собой задачу

Вариант 1

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10+p}{p-5}$$

Вариант 2

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10+3p}{-p+5}$$

Вариант 3

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10+3p}{p-7}$$

Вариант 4

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10-3p}{p+7}$$

Вариант 5

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{-10+3p}{p+7}$$

Вариант 6

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{-10+3p}{p+20}$$

Вариант 7

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10-3p}{p-7}$$

Вариант 8

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{10-3p}{4p+7}$$

Вариант 9

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{-10-3p}{5p+7}$$

Вариант 10

Методом Найквиста определить устойчивость системы охваченной единичной отрицательной обратной связью

$$F(p)=\frac{-10+3p}{p+15}$$

Вопрос 5 представляет собой задачу

Вариант 1

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+2p^3+5p^2+2p+100}$$

Вариант 2

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+2p^3+5p^2+2p+1}$$

Вариант 3

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+2p^3+1p^2+2p+1}$$

Вариант 4

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+5p^3+10p^2+5p+15}$$

Вариант 5

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+2p^3+2p^2+2p+15}$$

Вариант 6

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+3p^3+5p^2+10p+15}$$

Вариант 7

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+100p^3+1p^2+2p+100}$$

Вариант 8

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+5p^3+10p^2+150p+150}$$

Вариант 9

При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+2p^3+150p^2+2p+300}$$

Вариант 10

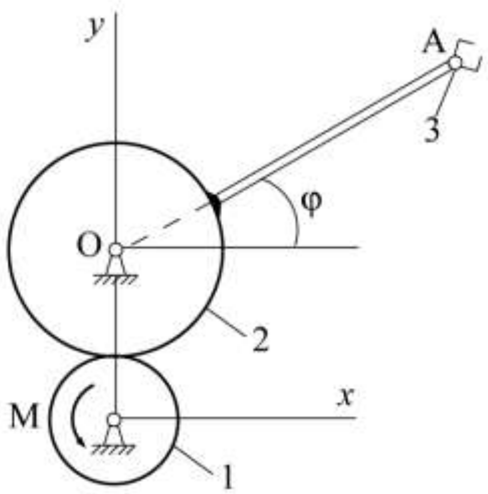
При помощи критерия Михайлова определить, устойчива ли система заданная передаточной функцией.

$$F(p)=\frac{1+p}{p^4+300p^3+5p^2+100p+15}$$

Вопросы 6.1-6.5 представляют собой комплексную задачу на исследование динамики и синтез управления манипуляционным роботом.

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 1.

Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 45°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$

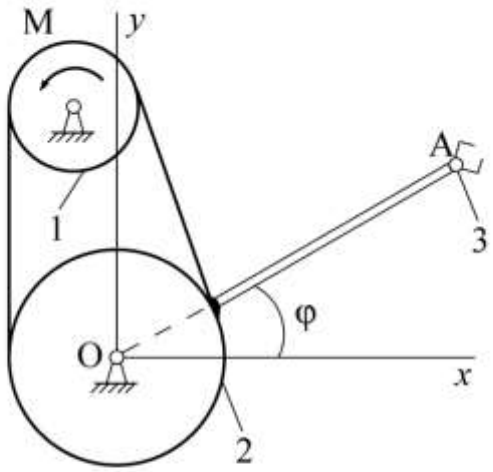
где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 2.



Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с колесом 2, на которое передаётся вращение с колеса 1 с помощью цепной передачи. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что цепь нерастяжима. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 60°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$

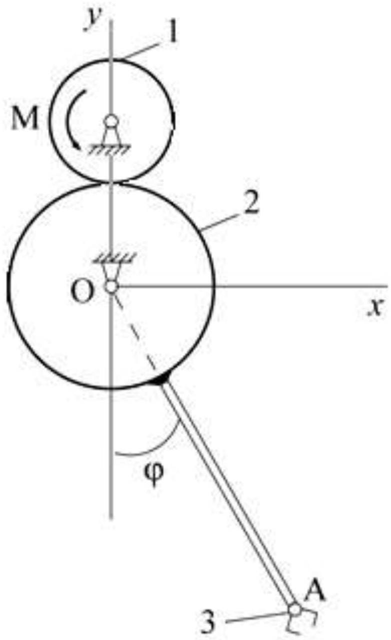
где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 3.



Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна величина угла φ.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 135°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \tag{1}$$

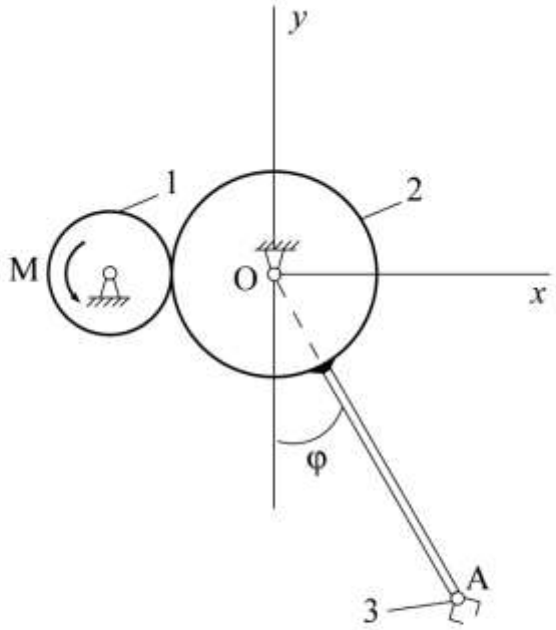
где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\varphi$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 4.



Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 120°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

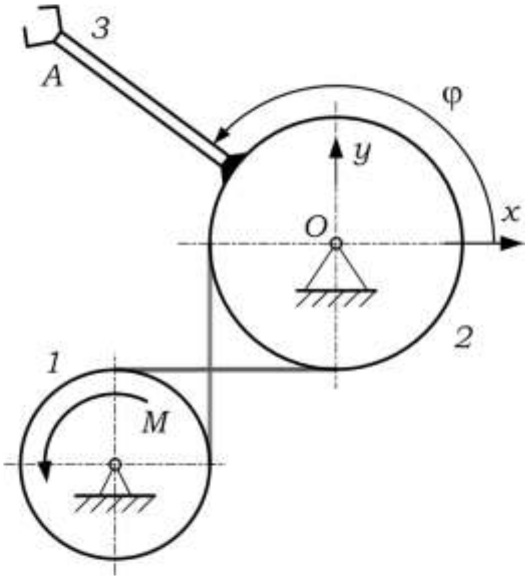
$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX\,, \tag{1}$$

где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).



Вопросы 6.1-6.5 Вариант 5.

Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 120°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \tag{1}$$

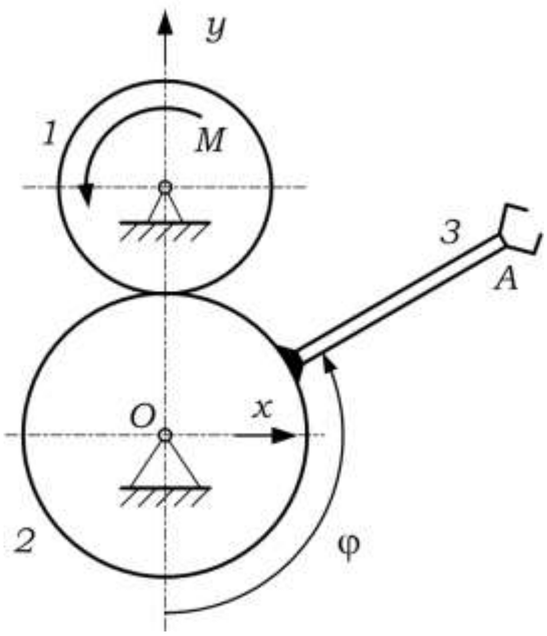
где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 6.



Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 120°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \tag{1}$$

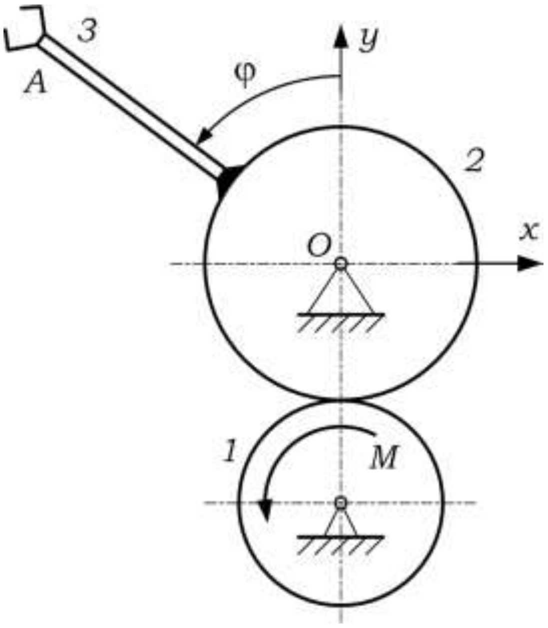
где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 7.



Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 120°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \tag{1}$$

где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

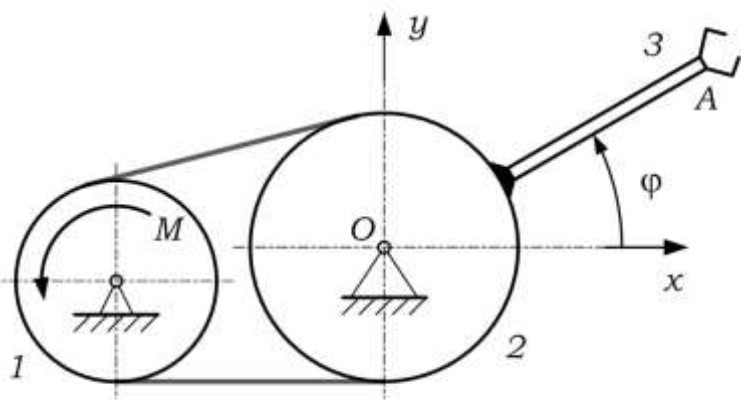
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

Вопросы 6.1-6.5 Вариант 8.

Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 120°$.

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$

где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.

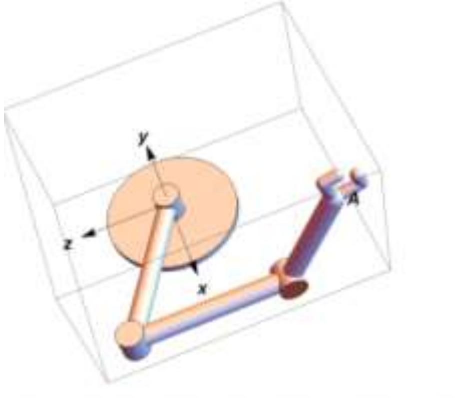
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

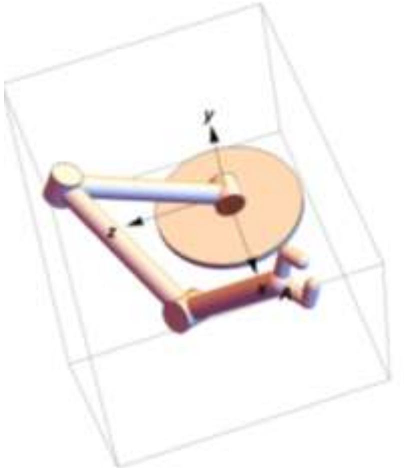
Вариант 1

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



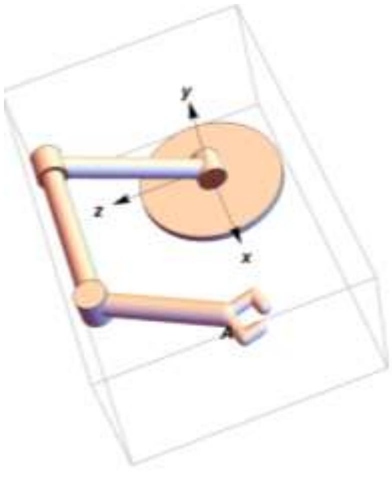
Вариант 2

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



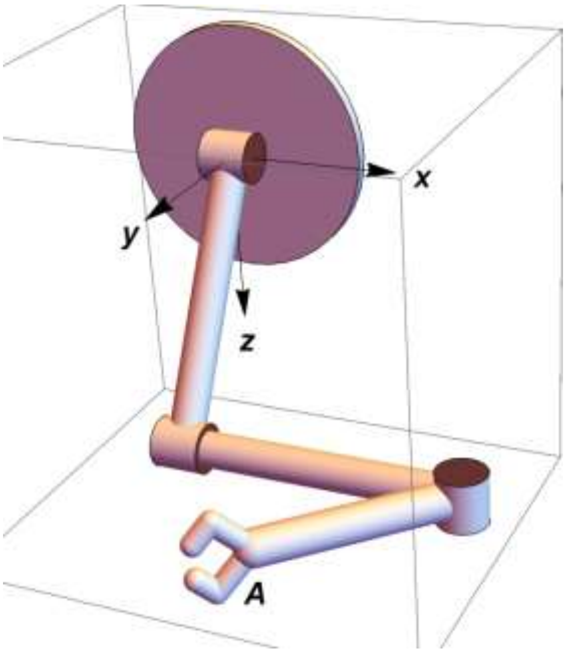
Вариант 3

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



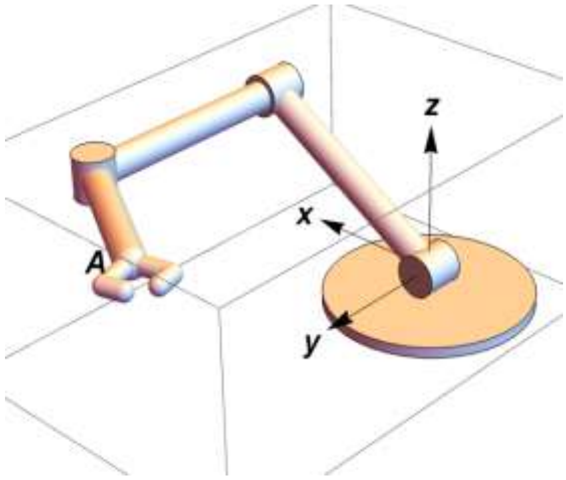
Вариант 4

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



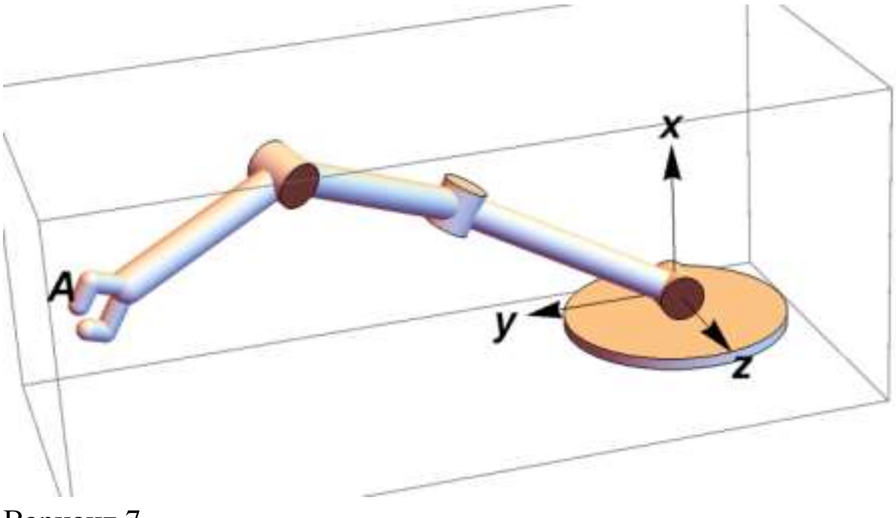
Вариант 5

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



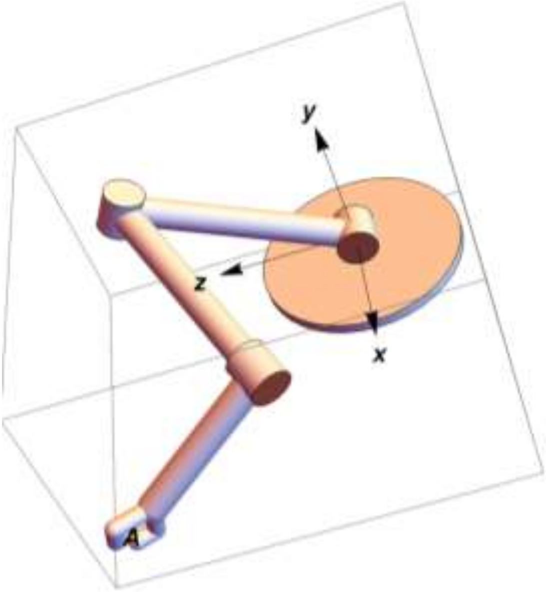
Вариант 6

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



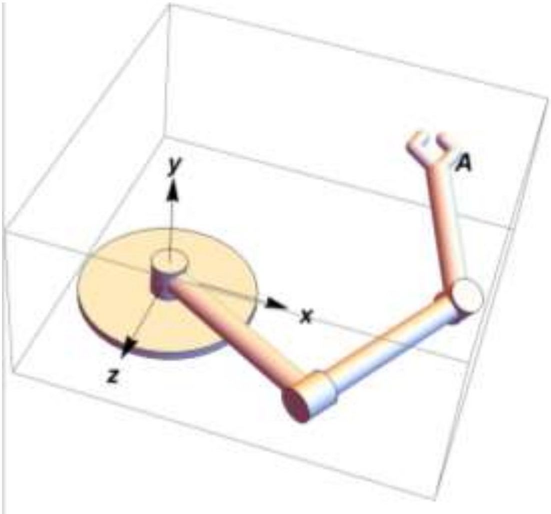
Вариант 7

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



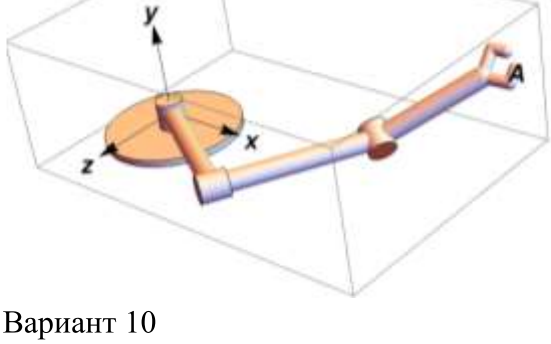
Вариант 8

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



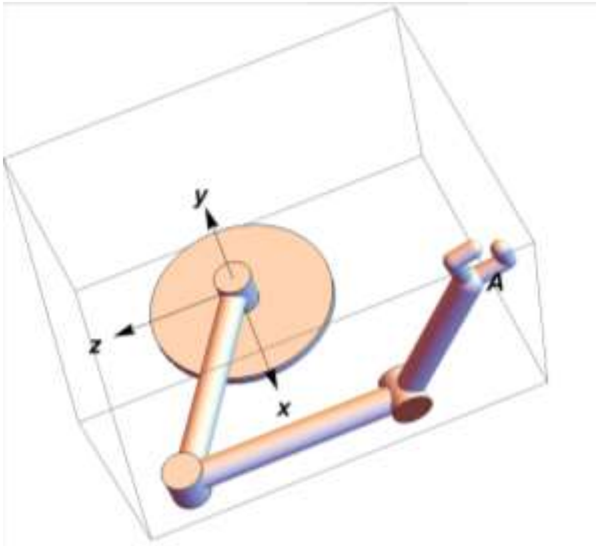
Вариант 9

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



Вариант 10

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации i-й системы координат относительно i-1



Вопрос 8 представляет собой задачу
Вариант 1
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+2p^2+10p+(2-k_1)}$$

Вариант 2
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+2p^2+10p+k_1}$$

Вариант 3
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+2p^2+10k_1p+2}$$

Вариант 4
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+2p^2+k_1p+2}$$

Вариант 5
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+k_1p^2+p+2}$$

Вариант 6
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3-k_1p^2+p+2}$$

Вариант 7
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+2k_1p^2+p+2}$$

Вариант 8
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+\left(10-k_1\right)p^2+p+2}$$

Вариант 9

Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+3p^2+\left(10-k_1\right)p+2}$$

Вариант 10

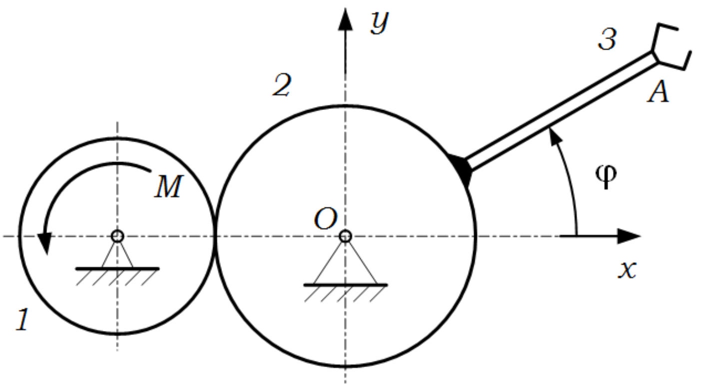
Методом D-разбиения исследовать устойчивость системы:

$$F(p)=\frac{1+p}{p^3+p^2+p+2+k_1}$$

«Мехатроника и робототехника»
Пример решения задачи на вступительном экзамене в магистратуру

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Исследуемая система

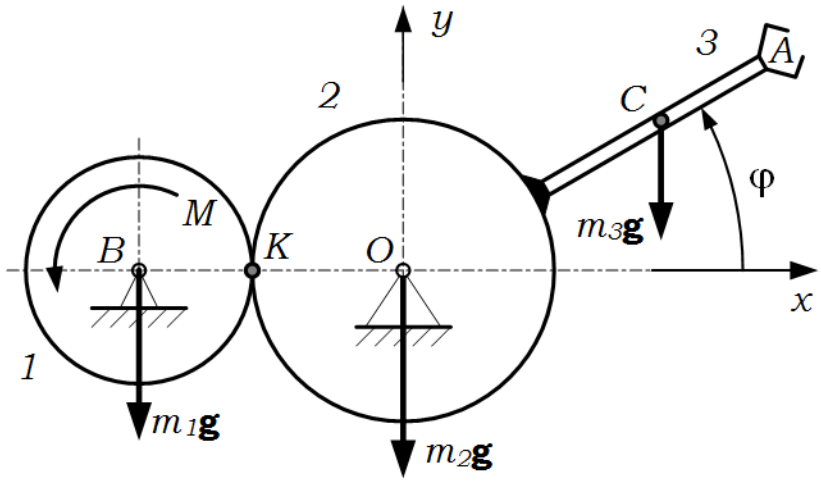


Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массытел m_j ирадиусы колёсr_1иr_2, а также длина стрелы$l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме).Момент, развиваемый электродвигателем манипулятораравен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где$U$ -напряжение, подаваемое надвигатель;ω_{1z}-угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot\varphi$.

№ п/п	Формулировка вопроса
1.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 30°$.
1.2	Про вести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot X = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$ где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot\varphi)^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$- измеряемая переменная, $u = U - U_0$- управление.
1.3	Понятие полной наблюдаемости линейной системы. Критерий наблюдаемости Калмана.
1.4	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
1.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) вектора $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T$ состояния системы (1).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для удобства решения введём вспомогательные обозначения для шарниров и центров масс тел на схеме. Укажем на схеме силы тяжести.



1. Составим уравнения движения исследуемой системы, используя уравнения Лагранжа второго родадля обобщённой координаты φ:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q,$$

где T – кинетическая энергия системы, Q – обобщённая сила.

1.1. Кинетическая энергия имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Кинетическая энергия ведущего колеса 1 равна:

$$T_1 = \frac{I_B \omega_1^2}{2},$$

где ω_1 –угловая скорость ведущего колеса, $I_B = m_1 r_1^2 / 2$ – его момент инерции относительно оси вращения; кинетическая энергия колеса 2 равна:

$$T_2 = \frac{I_O \omega_2^2}{2},$$

где ω_2 –угловая скорость колеса 2, $I_O = m_2 r_2^2 / 2$ – его момент инерции относительно оси вращения;кинетическая энергия стрелы 3 равна:

$$T_3 = \frac{m_3 v_C^2}{2} + \frac{I_C \omega_3^2}{2},$$

где ω_3 –угловая скорость стрелы, v_C – скорость её центра масс, $I_C = m_3 l^2 / 12$ – её момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс.

Выразим перечисленные скорости через обобщённую скорость и координату.
По определению $\omega_{3z} = \dot{\varphi}$.
Т.к. тела 2 и3 жёстко соединены, то $\omega_{2z} = \omega_{3z} = \dot{\varphi}$.
Скорость центра масс стрелы найдём по формуле Эйлера

$$\vec{v}_C = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_3, \overrightarrow{OC}\right]$$

или, что тоже самое, из кинематического графа

$$O \xrightarrow[\varphi,\ 3]{} C.$$

Поскольку $\vec{v}_O = 0$, то

$$v_{Cx} = v_{Ox} - (r_2 + l/2)\omega_{3z}\sin\varphi = -(r_2 + l/2)\dot{\varphi}\sin\varphi,$$
$$v_{Cy} = v_{Oy} + (r_2 + l/2)\omega_{3z}\cos\varphi = (r_2 + l/2)\dot{\varphi}\cos\varphi.$$

Отсюда

$$v_C^2 = v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 = (r_2 + l/2)^2\dot{\varphi}^2.$$

Угловую скорость ведущего колеса найдём из кинематической цепочки

$$\vec{v}_B = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_2, \overrightarrow{OK}\right] + \left[\vec{\omega}_1, \overrightarrow{KB}\right]$$

или, что тоже самое, из графа

$$O \xrightarrow[180^\circ,\ 2]{} K \xrightarrow[180^\circ,\ 1]{} B.$$

Поскольку $\vec{v}_O = \vec{v}_B = 0$, то

$$v_{By} = v_{Oy} + r_2\omega_{2z}\cos 180^\circ + r_1\omega_{1z}\cos 180^\circ = -r_2\dot{\varphi} - r_1\omega_{1z} = 0.$$

Отсюда

$$\omega_{1z} = -\frac{r_2\dot{\varphi}}{r_1}.$$

Запишем выражение кинетической энергии через обобщённую скорость и координату:

$$T = \frac{1}{2}\left\{\frac{m_1 r_1^2}{2}\frac{r_2^2\dot{\varphi}^2}{r_1^2} + \frac{m_2 r_2^2\dot{\varphi}^2}{2} + m_3\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{m_3 l^2\dot{\varphi}^2}{12}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\underbrace{\left\{\frac{(m_1 + m_2)r_2^2}{2} + m_3\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)^2 + \frac{m_3 l^2}{12}\right\}}_{J}\dot{\varphi}^2 = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2},$$

где J –приведённый момент инерции.

1.2. Обобщённая сила

Найдём возможную мощность активных сил:

$$N_{акт}^{в} = (\vec{M}, \vec{\omega}_1^{в}) + (m_1\vec{g}, \underbrace{\vec{v}_B^{в}}_{0}) + (m_2\vec{g}, \underbrace{\vec{v}_O^{в}}_{0}) + (m_3\vec{g}, \vec{v}_C^{в}) = M_z\omega_{1z}^{в} - m_3 g v_{Cy}^{в} =$$

$$= -\frac{r_2 M_z\dot{\varphi}^{в}}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\dot{\varphi}^{в}\cos\varphi = \underbrace{\left\{-\frac{r_2 M_z}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi\right\}}_{Q}\dot{\varphi}^{в}.$$

Отсюда обобщённая сила равна:

$$Q = -\frac{r_2 M_z}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi = -\frac{r_2}{r_1}\left(c_1 U - c_2\omega_{1z}\right) - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi =$$

$$= -\frac{r_2}{r_1}\left(c_1 U + \frac{c_2 r_2}{r_1}\dot{\varphi}\right) - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi.$$

Замечание. В рассматриваемой задаче допускается использование действительной мощности активных сил, а не возможной, для нахождения обобщённой силы. В этом случае верхние индексы «*в*» у скоростей и мощности опускаются.

1.3.Уравнение движения

Найдём левую часть уравнений Лагранжа:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot\varphi}-\frac{\partial T}{\partial\varphi}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(J\dot\varphi\right)=J\ddot\varphi$$

и, приравняв её к обобщённой силе, получаем **уравнение движения системы**:

$$J\ddot\varphi=-n^2c_2\dot\varphi-m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\cos\varphi-nc_1U,$$

где $n=r_2/r_1$.

1.4.Расчёт управляющего напряжения в положении равновесия $\varphi=\varphi_0=30°$

Подставим значения $\varphi=\varphi_0=30°,\ \dot\varphi=0,\ \ddot\varphi=0,\ U=U_0$, отвечающие положению равновесия в уравнения движения системы:

$$0=-m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\cos\varphi_0-nc_1U_0.$$

Отсюда управляющее напряжение равно

$$U_0=-\frac{\sqrt{3}m_3g}{2nc_1}\left(r_2+\frac{l}{2}\right).$$

2. Линеаризация уравнения движения в окрестности положения равновесия

Введём отклонения величин от положения равновесия:

$$\Delta\varphi=\varphi-\varphi_0,\quad \Delta\dot\varphi=\dot\varphi-0=\Delta\omega,\quad \Delta\ddot\varphi=\ddot\varphi-0=\Delta\dot\omega,\quad u=U-U_0.$$

Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия даёт:

$$J\Delta\ddot\varphi=-n^2c_2\Delta\dot\varphi+m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\Delta\varphi\sin\varphi_0-nc_1u,$$

$$J\Delta\dot\omega=-n^2c_2\Delta\omega+m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\Delta\varphi\sin\varphi_0-nc_1u.$$

Измерению доступна величина

$$Y=\Delta\omega.$$

Запишем линеаризованные уравнения динамики в форме Коши:

$$\begin{cases}\Delta\dot\varphi=\Delta\omega,\\ \Delta\dot\omega=-\dfrac{n^2c_2}{J}\Delta\omega+\dfrac{m_3g}{2J}\left(r_2+\dfrac{l}{2}\right)\Delta\varphi-\dfrac{nc_1}{J}u,\\ Y=\Delta\omega.\end{cases}$$

Перепишем эту систему в векторно-матричной форме:

$$\dot X=AX+Bu,\quad Y=CX,$$

где

$$X=\begin{pmatrix}\Delta\varphi\\ \Delta\omega\end{pmatrix},\quad A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \dfrac{m_3g}{2J}\left(r_2+\dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2c_2}{J}\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0\\ -\dfrac{nc_1}{J}\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}.$$

3. Исследование управляемости и наблюдаемости

Поскольку матрицы A, B, C постоянные, то исследование управляемости и наблюдаемости можно провести, используя критерии Калмана.

Построим матрицу управляемости Калмана

$$\left(B \mid AB\right) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & -\dfrac{nc_1}{J} \\ -\dfrac{nc_1}{J} & -\dfrac{n^3 c_1 c_2}{J^2} \end{array}\right).$$

Её ранг совпадает с порядком системы и равен 2 (т.к. $\det\left(B \mid AB\right) = -\left(nc_1 / J\right)^2 \neq 0$), следовательно система полностью управляема по критерию Калмана.
Построим матрицу наблюдаемости Калмана

$$\left(\dfrac{C}{CA}\right) = \left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2 c_2}{J} \end{array}\right).$$

Её ранг совпадает с порядком системы и равен 2 (т.к. $\det\left(\dfrac{C}{CA}\right) = -\dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) \neq 0$), следовательно система полностью наблюдаема по критерию Калмана.

4. Синтез управления

Поскольку система полностью управляема, то возможно подобрать закон управления по обратной связи из условия асимптотической устойчивости.
Рассмотрим управление $u = k\Delta\varphi$. Искомый постоянный коэффициент усиления k подберём из условия устойчивости.
Подстановка $u = k\Delta\varphi$ в линеаризованные уравнения даёт:

$$\dot{X} = A_c X, \quad A_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) - \dfrac{nc_1}{J}k & -\dfrac{n^2 c_2}{J} \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен матрицы A_c системы с обратной связью имеет вид:

$$\det(\lambda E - A_c) = \lambda^2 + \frac{n^2 c_2}{J}\lambda - \frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) + \frac{nc_1}{J}k.$$

Поскольку порядок системы равен двум, то необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического многочлена. Исходя из этих соображений, найдём значения коэффициента усиления:

$$-\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) + \frac{nc_1}{J}k > 0,$$

$$k > \frac{m_3 g}{2nc_1}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right).$$

5. Синтез наблюдающего устройства (фильтра)

Поскольку система полностью наблюдаема по измерению $Y = \Delta\omega.$, то возможно провести точное оценивание всех компонент вектора состояния X и восстановить величину $\Delta\varphi$, используемую при расчёте управления, но не измеряемую напрямую.
Построим асимптотический наблюдатель (фильтр):

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + L(Y - C\hat{X}),$$

где $X = \left(\Delta\hat{\varphi} \quad \Delta\hat{\omega}\right)^T$ – вектор оценок переменных состояния, вырабатываемый наблюдателем; $L = \left(L_1 \quad L_2\right)^T$ – искомый постоянный матричный коэффициент усиления.

Найдём L из условия затухания ошибок оценок, составляющих вектор $\tilde{X} = X - \hat{X}$. Это условие эквивалентно асимптотической устойчивости тривиального решения дифференциального уравнения ошибок

$$\dot{\tilde{X}} = A_o \tilde{X},\ \ A_o = A - LC = \begin{pmatrix} 0 & 1 - L_1 \\ \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2 c_2}{J} - L_2 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен матрицыуравнения ошибок A_o имеет вид:

$$\det(\lambda E - A_o) = \lambda^2 + \left(\frac{n^2 c_2}{J} + L_2\right)\lambda - (1 - L_1)\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right).$$

Поскольку порядок системы равен двум, то необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического многочлена. Исходя из этих соображений, найдём значения коэффициентов усиления наблюдателя:

$$\frac{n^2 c_2}{J} + L_2 > 0,\ \ -(1 - L_1)\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) > 0$$

или

$$L_2 > -\frac{n^2 c_2}{J},\ \ L_1 > 1.$$