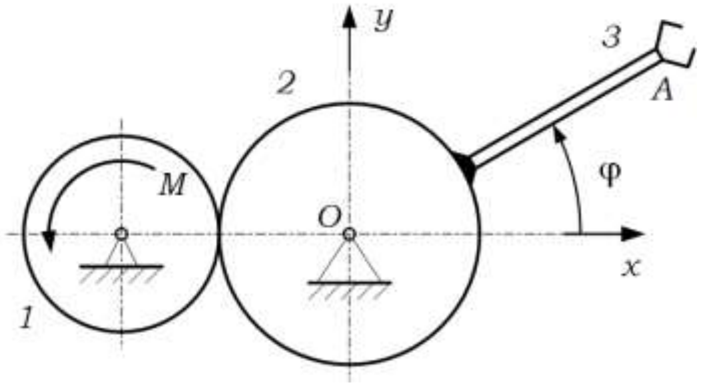
БАНК ЗАДАНИЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИКА»

ЗАДАНИЯ 6.1 – 6.5
ПРИМЕР 1
Исследуемая система

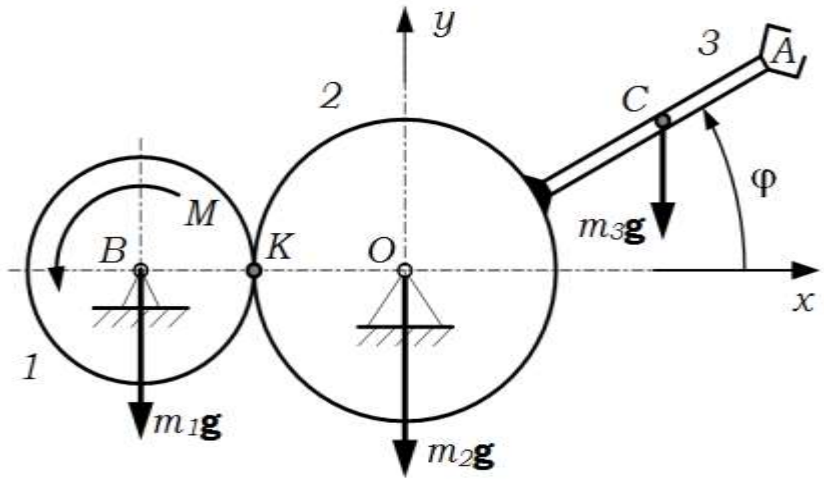


Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot\varphi$.

№ п/п	Формулировка вопроса
6.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 30^\circ$.
6.2	Про вести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot X = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$ где $X = \begin{pmatrix}\Delta\varphi & \Delta\omega\end{pmatrix}^T \equiv \begin{pmatrix}\varphi - \varphi_0 & \dot\varphi\end{pmatrix}^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.
6.3	Понятие полной наблюдаемости линейной системы. Критерий наблюдаемости Калмана.
6.4	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
6.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) вектора $X = \begin{pmatrix}\Delta\varphi & \Delta\omega\end{pmatrix}^T$ состояния системы (1).

ПРИМЕР 1: РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Для удобства решения введём вспомогательные обозначения для шарниров и центров масс тел на схеме. Укажем на схеме силы тяжести.



1. Составим уравнения движения исследуемой системы, используя уравнения Лагранжа второго рода для обобщённой координаты φ:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q,$$

где T – кинетическая энергия системы, Q – обобщённая сила.

1.1. Кинетическая энергия имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Кинетическая энергия ведущего колеса 1 равна:

$$T_1 = \frac{I_B \omega_1^2}{2},$$

где ω_1 – угловая скорость ведущего колеса, $I_B = m_1 r_1^2 / 2$ – его момент инерции относительно оси вращения; кинетическая энергия колеса 2 равна:

$$T_2 = \frac{I_O \omega_2^2}{2},$$

где ω_2 – угловая скорость колеса 2, $I_O = m_2 r_2^2 / 2$ – его момент инерции относительно оси вращения; кинетическая энергия стрелы 3 равна:

$$T_3 = \frac{m_3 v_C^2}{2} + \frac{I_C \omega_3^2}{2},$$

где ω_3 – угловая скорость стрелы, v_C – скорость её центра масс, $I_C = m_3 l^2 / 12$ – её момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс.

Выразим перечисленные скорости через обобщённую скорость и координату.
По определению $\omega_{3z} = \dot{\varphi}$.
Т.к. тела 2 и 3 жёстко соединены, то $\omega_{2z} = \omega_{3z} = \dot{\varphi}$.
Скорость центра масс стрелы найдём по формуле Эйлера

$$\vec{v}_C = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_3, \overrightarrow{OC}\right]$$

или, что тоже самое, из кинематического графа

$$O \xrightarrow[\varphi,\ 3]{} C.$$

Поскольку $\vec{v}_O = 0$, то

$$v_{Cx} = v_{Ox} - (r_2 + l/2)\omega_{3z}\sin\varphi = -(r_2 + l/2)\dot{\varphi}\sin\varphi,$$
$$v_{Cy} = v_{Oy} + (r_2 + l/2)\omega_{3z}\cos\varphi = (r_2 + l/2)\dot{\varphi}\cos\varphi.$$

Отсюда

$$v_C^2 = v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 = (r_2 + l/2)^2\dot{\varphi}^2.$$

Угловую скорость ведущего колеса найдём из кинематической цепочки

$$\vec{v}_B = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_2, \overrightarrow{OK}\right] + \left[\vec{\omega}_1, \overrightarrow{KB}\right]$$

или, что тоже самое, из графа

$$O \xrightarrow[180^\circ,\ 2]{} K \xrightarrow[180^\circ,\ 1]{} B.$$

Поскольку $\vec{v}_O = \vec{v}_B = 0$, то

$$v_{By} = v_{Oy} + r_2\omega_{2z}\cos 180^\circ + r_1\omega_{1z}\cos 180^\circ = -r_2\dot{\varphi} - r_1\omega_{1z} = 0.$$

Отсюда

$$\omega_{1z} = -\frac{r_2\dot{\varphi}}{r_1}.$$

Запишем выражение кинетической энергии через обобщённую скорость и координату:

$$T = \frac{1}{2}\left\{\frac{m_1 r_1^2}{2}\frac{r_2^2\dot{\varphi}^2}{r_1^2} + \frac{m_2 r_2^2\dot{\varphi}^2}{2} + m_3\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{m_3 l^2\dot{\varphi}^2}{12}\right\} =$$
$$= \frac{1}{2}\underbrace{\left\{\frac{(m_1 + m_2)r_2^2}{2} + m_3\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)^2 + \frac{m_3 l^2}{12}\right\}}_{J}\dot{\varphi}^2 = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2},$$

где J – приведённый момент инерции.

1.2. Обобщённая сила

Найдём возможную мощность активных сил:

$$N_{акт}^{в} = (\vec{M}, \vec{\omega}_1^{в}) + \underbrace{(m_1\vec{g}, \vec{v}_B^{в})}_{0} + \underbrace{(m_2\vec{g}, \vec{v}_O^{в})}_{0} + (m_3\vec{g}, \vec{v}_C^{в}) = M_z\omega_{1z}^{в} - m_3 g v_{Cy}^{в} =$$
$$= -\frac{r_2 M_z\dot{\varphi}^{в}}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\dot{\varphi}^{в}\cos\varphi = \underbrace{\left\{-\frac{r_2 M_z}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi\right\}}_{Q}\dot{\varphi}^{в}.$$

Отсюда обобщённая сила равна:

$$Q = -\frac{r_2 M_z}{r_1} - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi = -\frac{r_2}{r_1}\left(c_1 U - c_2\omega_{1z}\right) - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi =$$
$$= -\frac{r_2}{r_1}\left(c_1 U + \frac{c_2 r_2}{r_1}\dot{\varphi}\right) - m_3 g\left(r_2 + \frac{l}{2}\right)\cos\varphi.$$

Замечание. В рассматриваемой задаче допускается использование действительной мощности активных сил, а не возможной, для нахождения обобщённой силы. В этом случае верхние индексы «*в*» у скоростей и мощности опускаются.

1.3.Уравнение движения

Найдём левую часть уравнений Лагранжа:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}-\frac{\partial T}{\partial\varphi}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(J\dot{\varphi}\right)=J\ddot{\varphi}$$

и, приравняв её к обобщённой силе, получаем **уравнение движения системы**:

$$J\ddot{\varphi}=-n^2c_2\dot{\varphi}-m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\cos\varphi-nc_1U,$$

где $n=r_2/r_1$.

1.4.Расчёт управляющего напряжения в положении равновесия $\varphi=\varphi_0=30°$

Подставим значения $\varphi=\varphi_0=30°,\ \dot{\varphi}=0,\ \ddot{\varphi}=0,\ U=U_0$, отвечающие положению равновесия в уравнения движения системы:

$$0=-m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\cos\varphi_0-nc_1U_0.$$

Отсюда управляющее напряжение равно

$$U_0=-\frac{\sqrt{3}m_3g}{2nc_1}\left(r_2+\frac{l}{2}\right).$$

2. Линеаризация уравнения движения в окрестности положения равновесия

Введём отклонения величин от положения равновесия:

$$\Delta\varphi=\varphi-\varphi_0,\quad \Delta\dot{\varphi}=\dot{\varphi}-0=\Delta\omega,\quad \Delta\ddot{\varphi}=\ddot{\varphi}-0=\Delta\dot{\omega},\quad u=U-U_0.$$

Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия даёт:

$$J\Delta\ddot{\varphi}=-n^2c_2\Delta\dot{\varphi}+m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\Delta\varphi\sin\varphi_0-nc_1u,$$

$$J\Delta\dot{\omega}=-n^2c_2\Delta\omega+m_3g\left(r_2+\frac{l}{2}\right)\Delta\varphi\sin\varphi_0-nc_1u.$$

Измерению доступна величина

$$Y=\Delta\omega.$$

Запишем линеаризованные уравнения динамики в форме Коши:

$$\begin{cases}\Delta\dot{\varphi}=\Delta\omega,\\ \Delta\dot{\omega}=-\dfrac{n^2c_2}{J}\Delta\omega+\dfrac{m_3g}{2J}\left(r_2+\dfrac{l}{2}\right)\Delta\varphi-\dfrac{nc_1}{J}u,\\ Y=\Delta\omega.\end{cases}$$

Перепишем эту систему в векторно-матричной форме:

$$\dot{X}=AX+Bu,\quad Y=CX,$$

где

$$X=\begin{pmatrix}\Delta\varphi\\ \Delta\omega\end{pmatrix},\quad A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \dfrac{m_3g}{2J}\left(r_2+\dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2c_2}{J}\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0\\ -\dfrac{nc_1}{J}\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}.$$

3. Исследование управляемости и наблюдаемости

Поскольку матрицы $A,\ B,\ C$ постоянные, то исследование управляемости и наблюдаемости можно провести, используя критерии Калмана.

Построим матрицу управляемости Калмана

$$(B \mid AB) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & -\dfrac{nc_1}{J} \\ -\dfrac{nc_1}{J} & -\dfrac{n^3 c_1 c_2}{J^2} \end{array} \right).$$

Её ранг совпадает с порядком системы и равен 2 (т.к. $\det(B \mid AB) = -\left(nc_1 / J\right)^2 \neq 0$), следовательно система полностью управляема по критерию Калмана.

Построим матрицу наблюдаемости Калмана

$$\left(\dfrac{C}{CA} \right) = \left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2 c_2}{J} \end{array} \right).$$

Её ранг совпадает с порядком системы и равен 2 (т.к. $\det\left(\dfrac{C}{CA} \right) = -\dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) \neq 0$), следовательно система полностью наблюдаема по критерию Калмана.

4. Синтез управления

Поскольку система полностью управляема, то возможно подобрать закон управления по обратной связи из условия асимптотической устойчивости.

Рассмотрим управление $u = k\Delta\varphi$. Искомый постоянный коэффициент усиления k подберём из условия устойчивости.

Подстановка $u = k\Delta\varphi$ в линеаризованные уравнения даёт:

$$\dot{X} = A_c X, \quad A_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) - \dfrac{nc_1}{J}k & -\dfrac{n^2 c_2}{J} \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен матрицы A_c системы с обратной связью имеет вид:

$$\det(\lambda E - A_c) = \lambda^2 + \frac{n^2 c_2}{J}\lambda - \frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) + \frac{nc_1}{J}k.$$

Поскольку порядок системы равен двум, то необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического многочлена. Исходя из этих соображений, найдём значения коэффициента усиления:

$$-\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) + \frac{nc_1}{J}k > 0,$$

$$k > \frac{m_3 g}{2nc_1}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right).$$

5. Синтез наблюдающего устройства (фильтра)

Поскольку система полностью наблюдаема по измерению $Y = \Delta\omega.$, то возможно провести точное оценивание всех компонент вектора состояния X и восстановить величину $\Delta\varphi$, используемую при расчёте управления, но не измеряемую напрямую.

Построим асимптотический наблюдатель (фильтр):

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + L(Y - C\hat{X}),$$

где $X = \left(\Delta\hat{\varphi} \quad \Delta\hat{\omega}\right)^T$ – вектор оценок переменных состояния, вырабатываемый наблюдателем; $L = \left(L_1 \quad L_2\right)^T$ – искомый постоянный матричный коэффициент усиления.

Найдём L из условия затухания ошибок оценок, составляющих вектор $\tilde{X} = X - \hat{X}$. Это условие эквивалентно асимптотической устойчивости тривиального решения дифференциального уравнения ошибок

$$\dot{\tilde{X}} = A_o\tilde{X},\ \ A_o = A - LC = \begin{pmatrix} 0 & 1-L_1 \\ \dfrac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \dfrac{l}{2}\right) & -\dfrac{n^2 c_2}{J} - L_2 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен матрицы уравнения ошибок A_o имеет вид:

$$\det(\lambda E - A_o) = \lambda^2 + \left(\frac{n^2 c_2}{J} + L_2\right)\lambda - (1-L_1)\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right).$$

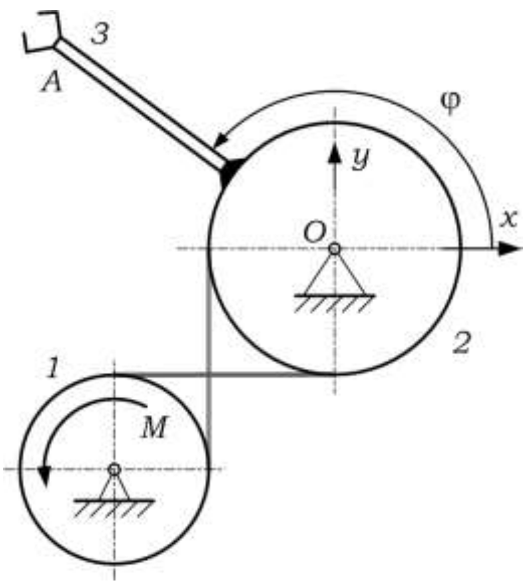
Поскольку порядок системы равен двум, то необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического многочлена. Исходя из этих соображений, найдём значения коэффициентов усиления наблюдателя:

$$\frac{n^2 c_2}{J} + L_2 > 0,\ \ -(1-L_1)\frac{m_3 g}{2J}\left(r_2 + \frac{l}{2}\right) > 0$$

или

$$L_2 > -\frac{n^2 c_2}{J},\ \ L_1 > 1.$$

ПРИМЕР 2
Исследуемая система

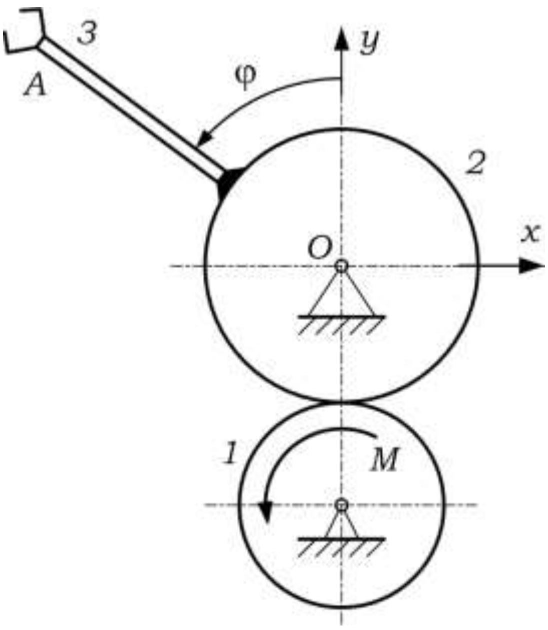


Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с колесом 2, на которое передаётся вращение с колеса 1 с помощью ремённой передачи. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

6.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 150°$.
6.2	Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot{X} = AX + Bu,\quad Y = CX,\qquad (1)$$ где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая перемен-

	ная, $u = U - U_0$ - управление.
6.3	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
6.4	Исследовать систему (1) на управляемость. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.
6.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) для оценивания вектора состояния $X = \begin{pmatrix} \Delta\varphi & \Delta\omega \end{pmatrix}^T$ системы (1).

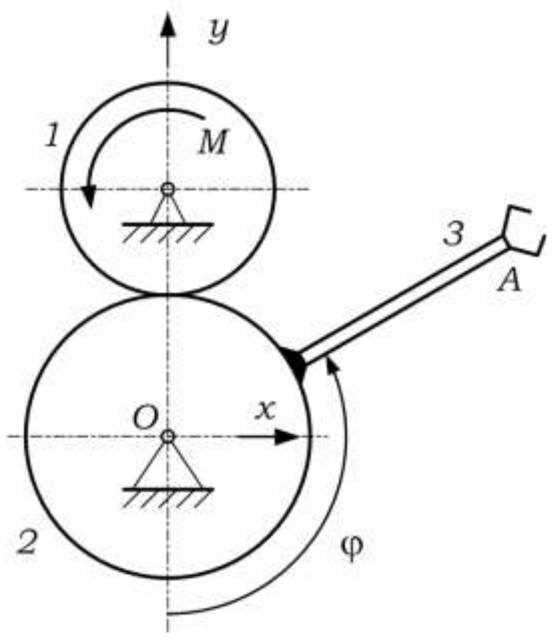
ПРИМЕР 3
Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

6.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 60°$.
6.2	Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$ где $X = \begin{pmatrix} \Delta\varphi & \Delta\omega \end{pmatrix}^T \equiv \begin{pmatrix} \varphi - \varphi_0 & \dot{\varphi} \end{pmatrix}^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.
6.3	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
6.4	Исследовать систему (1) на управляемость. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.
6.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) для оценивания вектора состояния $X = \begin{pmatrix} \Delta\varphi & \Delta\omega \end{pmatrix}^T$ системы (1).

ПРИМЕР 4
Исследуемая система

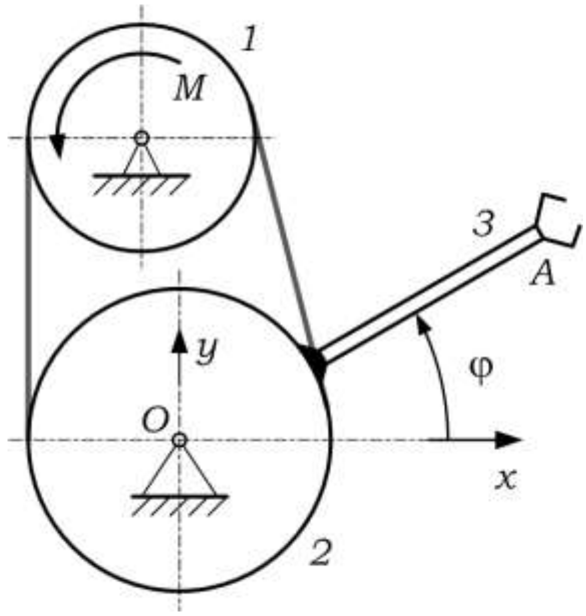


Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

6.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 135°$.
6.2	Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX\ , \qquad (1)$$ где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.
6.3	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
6.4	Исследовать систему (1) на управляемость. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.
6.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) для оценивания вектора состояния $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T$ системы (1).

ПРИМЕР 5

Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с колесом 2, на которое передаётся вращение с колеса 1 с помощью цепной передачи. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел m_j и радиусы колёс r_1 и r_2, а также длина стрелы $l = OA$ (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$, где U - напряжение, подаваемое на двигатель; ω_{1z} - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы φ принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы $\dot{\varphi}$.

6.1	Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения $U = U_0$, которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия $\varphi = \varphi_0 = 30°$.
6.2	Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$. Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши $$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \qquad (1)$$ где $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$ - вектор состояния, $Y = \Delta\omega$ - измеряемая переменная, $u = U - U_0$ - управление.
6.3	Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.
6.4	Исследовать систему (1) на управляемость. Подобрать коэффициент усиления k в законе обратной связи $u = k \cdot \Delta\varphi$ из условия асимптотической устойчивости положения равновесия $\varphi \equiv \varphi_0$.
6.5	Построить асимптотический наблюдатель (фильтр) для оценивания вектора состояния $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T$ системы (1).

ЗАДАНИЕ 7. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

ПРИМЕР 1. Кинематическое уравнение для матрицы направляющих косинусов. Вектор угловой скорости твёрдого тела. Кинематическая формула Эйлера.
ПРИМЕР 2. Матрица направляющих косинусов и её свойства. Элементарные вращения твёрдого тела.
ПРИМЕР 3. Рекуррентные формулы для расчёта координат точки манипуляционного механизма. Расчёт однородных координат точки. Однородные преобразования.
ПРИМЕР 4. Описание пространственной ориентации тела с помощью углов Эйлера. Выражение матрицы направляющих косинусов через углы Эйлера.
ПРИМЕР 5. Матрица направляющих косинусов и её свойства. Элементарные вращения твёрдого тела.
ПРИМЕР 6. Описание кинематики манипулятора в параметрах Денавита-Хартенберга. Выражение матрицы однородного преобразования для смежных звеньев через параметры Денавита-Хартенберга.
ПРИМЕР 7. Выражение компонент скорости выходного звена манипулятора через обобщённые скорости. Матрица Якоби. Прямая и обратная задача о скоростях. Понятие о манипулятивности.

ЗАДАНИЕ 8. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

ПРИМЕР 1. Обобщённые координаты. Обобщённые силы. Способы нахождения обобщённых сил.
ПРИМЕР 2. Кинетическая энергия механической системы. Теорема Кёнига. Способы вычисления кинетической энергии при простейших движениях твёрдого тела.
ПРИМЕР 3. Принцип виртуальных (возможных) перемещений. Решение задачи статики манипулятора с помощью принципа виртуальных перемещений.
ПРИМЕР 4. Описание динамики механической системы с помощью уравнений Лагранжа второго рода. Уравнения Лагранжа для потенциальных систем. Функция Лагранжа.
ПРИМЕР 5. Устойчивость линейной системы по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Формулировка критериев Стодолы и Гурвица.
ПРИМЕР 6. Применение ПИД-регулятора для управления вращением колеса мобильного робота. Анализ устойчивости и точности в установившемся режиме. Влияние интегральной обратной.
ПРИМЕР 7. Обратная задача о положениях манипулятора. Численное решение обратной задачи о положениях методом Ньютона.