

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»**

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»

по научной работе

Драгунов В.К.

---

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ПРИ ПОСТУПЛЕНИИ В  
АСПИРАНТУРУ**

Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика

Научная специальность – 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Москва, 2022

## 1. ТЕНЗОРЫ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

[1-4]

Определение тензоров в прямолинейных декартовых координатах. Ранг тензора. Умножение тензора на вектор. Алгебра тензоров. Правило суммирования по неммым индексам. Главные оси тензора. Инварианты тензоров. Тензоры второго ранга и квадратичные формы. Ротор как антисимметричный тензор второго ранга. Понятие о тензорном поле.

## 2. ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ [4,5,11]

Равновесие элементарного тетраэдра. Главные направления и главные площадки. Инварианты тензора напряжений. Разложение тензора напряжений на девиатор и шаровой тензор. Круги Мора. Главные касательные напряжения. Дифференциальные уравнения равновесия.

## 3. ТЕНЗОР ДЕФОРМАЦИЙ [4,5,11]

Тензор деформаций. Относительные удлинения и сдвиги. Главные оси деформаций и главные деформации. Инварианты тензора деформаций. Определение перемещений по деформациям. Уравнения совместности деформаций.

## 4. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ [4,5,11]

Обобщенный закон Гука. Потенциальная энергия деформации. Тензор упругих постоянных. Закон Гука для анизотропного тела. Постоянные Ламе. Связь их с техническими постоянными. Частные случаи анизотропии.

## 5. КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5]

Полная система уравнений теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Митчела. Уравнения теории упругости в перемещениях. Теорема о существовании единственного решения (о существовании и единственности решения). Некоторые общие решения уравнений теории упругости. Первая основная, вторая основная и смешанные задачи теории упругости. Прямой, обратный и полуобратный методы решения задач теории упругости. Принцип Сен-Венана.

## 6. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [5,6]

Принцип Лагранжа. Теорема Клапейрона. Теорема Бетти. Принцип Кастильяно. Вариационные методы решения задач теории упругости. Метод Ритца, метод Галеркина, метод Трещца.

## 7. КРУЧЕНИЕ [4,5]

Кручение стержня произвольного профиля. Функция напряжений. Жесткость при кручении. Мембранная аналогия. Кручение стержней эллиптического и прямоугольного сечения. Понятие о кручении валов переменного сечения.

## 8. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5,6]

Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функций напряжений. Теорема Мориса Леви. Решение в полиномах. Решение в тригонометрических рядах. Применение преобразования Фурье.

#### 9. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО К ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5,6]

Формулы Колосова – Мухелишвили. Постановка краевых задач. Применение конформного отображения. Решение первой основной задачи для круга. Напряжения в диске, сжатом сосредоточенными силами.

#### 10. ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗГИБА УПРУГИХ ПЛАСТИН [7]

Допущения классической теории изгиба пластин. Гипотезы Кирхгоффа – Лява и связанная с ними погрешность. Внутренние усилия и моменты. Напряжения и деформации. Основное уравнение изгиба пластин. Вывод основного уравнения из вариационного принципа. Граничные условия Кирхгоффа.

#### 11. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИЗГИБА ПЛАСТИН [7]

Прямоугольная пластина, опертая по контуру. Решение в рядах Фурье. Пластина, опертая по двум противоположным сторонам. Основное уравнение изгиба пластин и граничные условия в полярных координатах. Осесимметричный изгиб круговых и кольцевых пластин. Применение вариационных методов к задачам изгиба пластин. Пластина переменной толщины. Примеры.

#### 12. СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ [1,2,3]

Криволинейные координаты на поверхности. Первый, второй и третий фундаментальные тензоры поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии.

Главные кривизны. Средняя и гауссова кривизны. Тождества Гаусса – Кодаци. Геометрия Евклидова пространства, окружающего поверхность. Метрический тензор, площади и объемы. Символы Кристоффеля для пространства. Ортогональные криволинейные координаты на поверхности. Переход от тензорных составляющих к физическим составляющим.

#### 13. ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК [8]

Допущения классической теории оболочек. Деформации в произвольной точке. Деформации срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Соотношения упругости. Потенциальная энергия деформации. Полная система уравнений теории оболочек. Граничные условия. Вывод уравнений теории оболочек из вариационного принципа.

#### 14. БЕЗМОМЕНТНАЯ ТЕОРИЯ ОБОЛОЧЕК [8]

Уравнения безмоментной теории. Область применения. Определение перемещений в безмоментной теории. Элементарные задачи безмоментной теории. Применение теории функции комплексного переменного.

#### 15. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ [8]

Уравнения осесимметричного изгиба оболочек вращения. Понижение их порядка. Частные случаи. Краевой эффект в круговой цилиндрической оболочке. Примеры. Краевой эффект в сферической и конической оболочках. Асимптотическое интегрирование уравнений.

#### 16. ТЕОРИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК [8]

Упрощенные варианты уравнений теории цилиндрических оболочек. Уравнения Лява. Уравнения Доннела – Власова. Уравнения Новожилова. Уравнения полубезмоментной теории. Область приложения уравнений. Интегрирование уравнений в одинарных рядах. Применение метода расчленения напряженного состояния к расчету оболочек.

#### 17. ТЕОРИЯ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК [8]

Уравнения теории пологих оболочек (для состояний с большим показателем изменчивости) и область их применения. Решение в рядах. Учет усилий в срединной поверхности. Простейшие задачи устойчивости оболочек.

#### 18. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [8]

Понятие об упругой и пластической деформации. Понятие о дислокациях. Типичные кривые деформирования. Эффект Баушингера. Модели упругопластического тела. Место теории пластичности в механике твердого тела.

#### 19. РАЗЛИЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]

Критерии текучести. Поверхности текучести. Постулат Драккера и его следствия. Ассоциированный закон течения. Уравнения Прандтля-Райса. Сводка основных уравнений теории течения. Теория идеально упругопластического тела. Общие требования к критерию текучести. Ассоциированный закон течения для сингулярной теории текучести. Теория упругопластического тела с упрочнением. Мера пластической деформации. Теория упрочнения, учитывающая эффект Баушингера. Деформационная теория Генки-Ильюшина. Сравнение различных теорий пластичности. Обзор экспериментальных данных.

#### 20. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]

Постановка задач в теории пластичности идеально-упруго-пластического тела. Остаточные напряжения. Условия непрерывности на границе упругой и пластической области. Поверхности сильного разрыва. Вариационные принципы в теории упругопластического тела. Кинематически возможные вариации состояния. Статически возможные вариации состояния. Теоремы единственности скоростей изменения деформаций и напряжений. Единственность тензорного поля напряжений. Предельное состояние и предельная нагрузка. Вариационные

принципы предельного состояния. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки.

## 21. ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ [9,10,11]

Методы нахождения предельной нагрузки. Применение вариационных принципов. Рассмотрение различных механизмов предельного состояния. Применение к неразрезным балкам.

## 22. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]

Уравнения плоской задачи. Характеристики и линии скольжения. Теорема Генки. Простейшие поля линий скольжения.

## 23. ОСНОВНЫЕ ПОЛЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]

Понятие о ползучести и релаксации. Физические теории ползучести. Температурные режимы и срок службы энергетических машин и установок. Результаты экспериментального изучения ползучести. Диаграмма ползучести при растяжении. Зависимость деформаций ползучести от напряжений и температуры. Зависимость для участка установившейся скорости ползучести. Ползучесть при разгрузке и повторном нагружении. Простая релаксация.

## 24. ГИПОТИЗЫ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]

Назначение гипотез ползучести. Гипотезы старения, течения, упрочнения и пластической наследственности. Экспериментальная проверка гипотез.

## 25. УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]

Ползучесть в общем случае объемного напряженного состояния изотропного тела. Связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций ползучести по деформационной теории и теории пластического течения. Уравнения нелинейной теории ползучести и их варианты по различным гипотезам ползучести. Постановка задач ползучести в общем случае трехосного напряженного состояния.

## 26. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]

Иллюстрация установившейся и неуставившейся ползучести на примере ползучести стержневой системы. Установившаяся ползучесть при кручении и при чистом изгибе стержня кругового сечения. Релаксация крутящего и изгибающего моментов.

## 27. ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ [11]

Математическое описание вязкоупругих свойств полимеров. Исследование для этой цели механических моделей. Описание простейших экспериментов: ползучесть, релаксация напряжений, периодические или динамические режимы нагружения. Обобщенные модели. Дискретные и сплошные спектры времен релаксации.

Вязкоупругие функции (функция ползучести, релаксационный модуль, различные динамические функции), соотношения между неравновесными и динамическими функциями, соотношения между спектрами. Приближенные соотношения между вязкоупругими функциями. Аналогия с электрическими цепями. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Применение принципа соответствия Вольтерра. Приближенный метод преобразования Лапласа.

## 28. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ [6]

Задача Буссинеска. Действие произвольной нагрузки на полупространство. Давление жесткого кругового штампа на полупространство. Задача Герца.

## 29. ЭЛЕМЕНТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [12]

Метод Лагранжа и метод Эйлера для описания деформаций сплошной среды. Тензор конечных деформаций. Потенциальная энергия деформации. Различные способы описания напряженного состояния. Тензор напряжений Треффца. Простейшие задачи нелинейной теории упругости.

## 30. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИЗГИБА ПЛАСТИН [7]

Влияние начальных усилий в срединной поверхности на изгиб пластин. Простейшие задачи упругой устойчивости для пластин. Нелинейная теория изгиба пластин. Уравнения Кармана. Метод приближенного решения нелинейных задач.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М.: Изд.МГУ, 1979. 224 с.
2. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложением к механике. Киев: Наукова думка, 1972. 148 с.
3. Сокольников И.С. Тензорный анализ. Теория и применение в геометрии и механике сплошных сред. М.: Наука, 1971.
4. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979. 432 с.
5. Амензаде Ю.А. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1976. 272 с.
6. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. 688 с.
7. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1963. 636 с.
8. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. 488с.
9. Проценко А.М. Теория упруго-идеальнопластических систем. М.: Наука, 1982. 287с.

10. Ерхов М.И. Теория идеально пластических тел и конструкций. М.: Наука, 1978. 352с.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
12. Новожилов В.В. Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 372 с.

«Согласовано»  
И.о. директора ЭнМИ  
д.т.н., доцент

Меркурьев И.В.