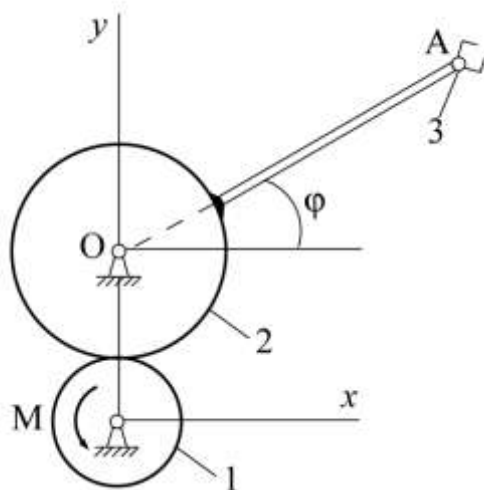


**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В МАГИСТРАТУРУ  
по направлению подготовки 15.04.06 «Мехатроника и робототехника»**

**Вопросы 8.1-8.5** представляют собой комплексную задачу на исследование динамики и синтез управления манипуляционным роботом.

**Вопросы 8.1-8.5** Вариант 1.

**Исследуемая система**



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 45^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

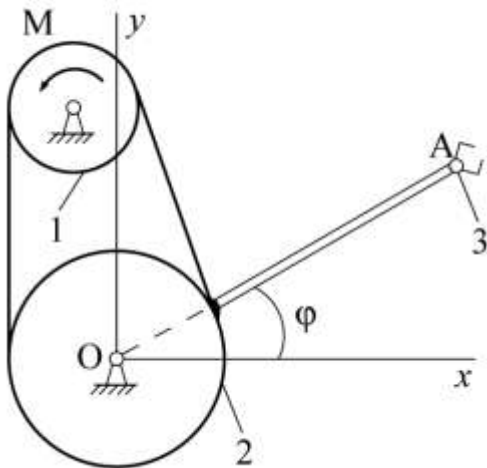
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

## Вопросы 8.1-8.5 Вариант 2.

### Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с колесом 2, на которое передаётся вращение с колеса 1 с помощью цепной передачи. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что цепь нерастяжима. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 60^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

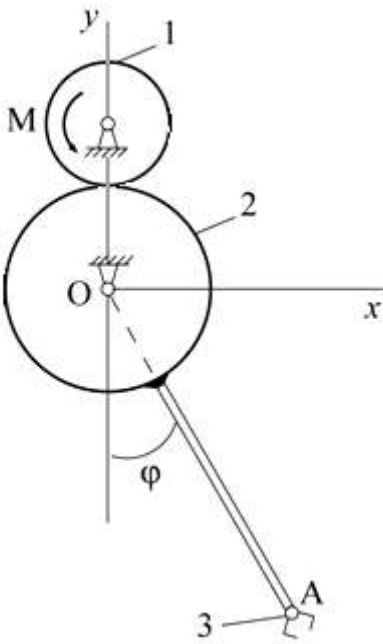
4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

### Вопросы 8.1-8.5 Вариант 3.

#### Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна величина угла  $\varphi$ .



1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 135^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\varphi$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

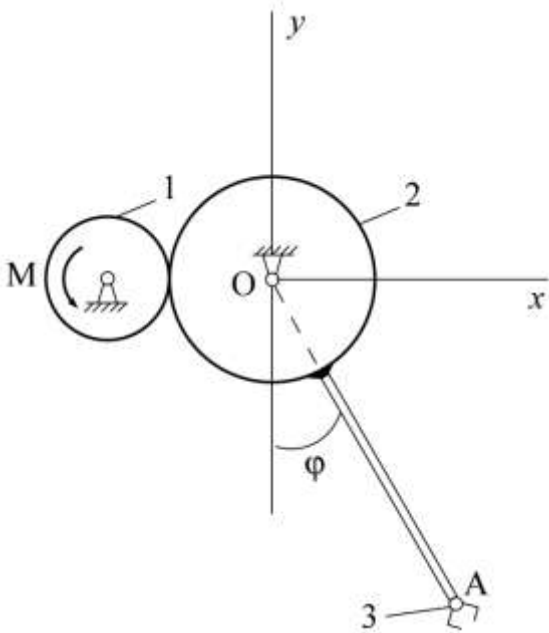
4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

### Вопросы 8.1-8.5 Вариант 4.

#### Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .



1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 120^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

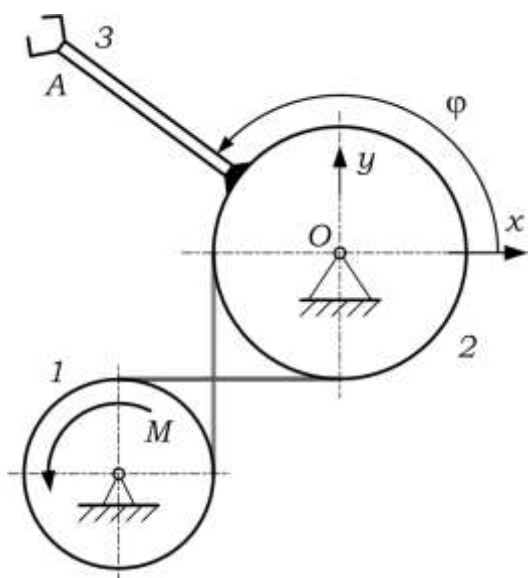
где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

### Вопросы 8.1-8.5 Вариант 5.



### Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 120^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

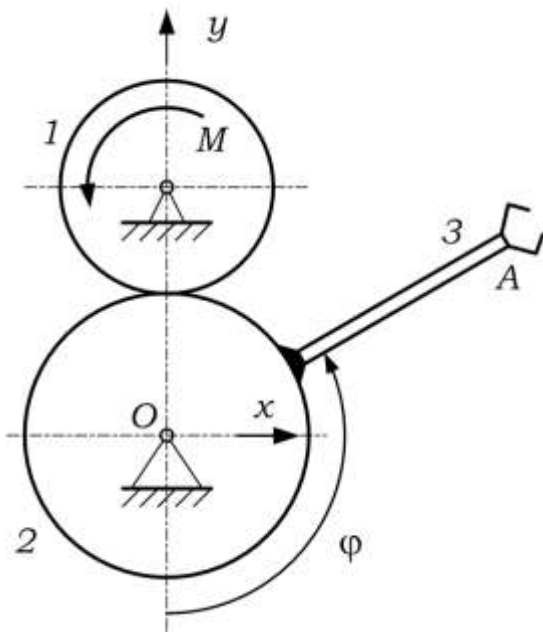
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

## Вопросы 8.1-8.5 Вариант 6.

### Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 120^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

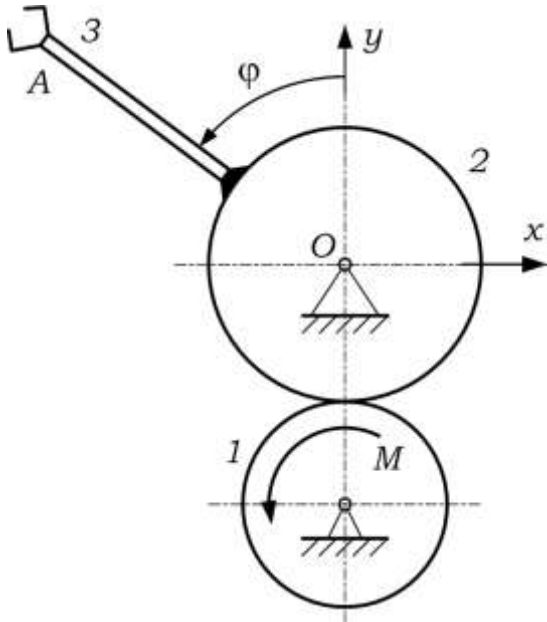
где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

### Вопросы 8.1-8.5 Вариант 7.



### Исследуемая система

Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, подаваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 120^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

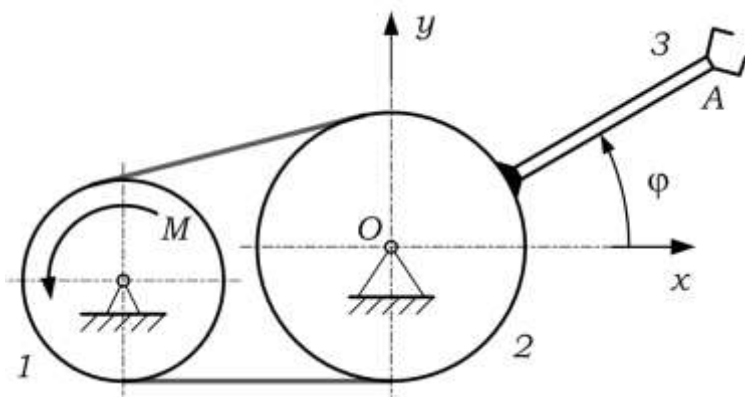
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

## Вопросы 8.1-8.5 Вариант 8.

### Исследуемая система



Манипулятор, схема которого приведена на рисунке, работает в вертикальной плоскости. Стрела манипулятора 3 жёстко соединена с зубчатым колесом 2, на которое передаётся вращение с шестерни 1. Перечисленные тела считать абсолютно твёрдыми и однородными. Заданы массы тел  $m_j$  и радиусы колёс  $r_1$  и  $r_2$ , а также длина стрелы  $l = OA$  (индексы отвечают номеру тела на схеме). Момент, развиваемый электродвигателем манипулятора равен  $M_z = c_1 \cdot U - c_2 \cdot \omega_{1z}$ , где  $U$  - напряжение, пода-

ваемое на двигатель;  $\omega_{1z}$  - угловая скорость ведущего колеса. Трением в шарнирах пренебречь, считать, что контакт колёс осуществляется без проскальзывания. Угол поворота стрелы  $\varphi$  принять за обобщённую координату. Измерению доступна угловая скорость стрелы  $\dot{\varphi}$ .

1. Составить уравнения движения исследуемой системы. Определить величину напряжения  $U = U_0$ , которое необходимо подать на двигатель для позиционирования стрелы манипулятора в положение равновесия  $\varphi = \varphi_0 = 120^\circ$ .

2. Провести линеаризацию уравнений движения исследуемой системы в окрестности положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ . Записать линеаризованные уравнения в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad (1)$$

где  $X = (\Delta\varphi \quad \Delta\omega)^T \equiv (\varphi - \varphi_0 \quad \dot{\varphi})^T$  - вектор состояния,  $Y = \Delta\omega$  - измеряемая переменная,  $u = U - U_0$  - управление.

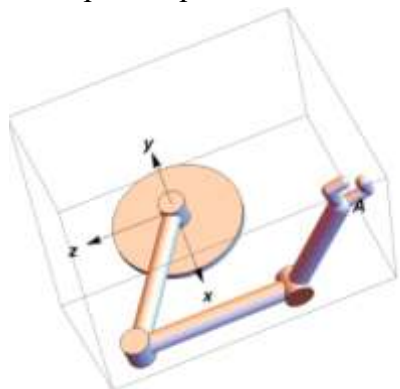
3. Исследовать систему (1) на управляемость и наблюдаемость.

4. Подобрать коэффициент усиления  $k$  в законе обратной связи  $u = k \cdot \Delta\varphi$  из условия асимптотической устойчивости положения равновесия  $\varphi \equiv \varphi_0$ .

5. Построить асимптотический фильтр (наблюдатель) вектора состояния системы (1).

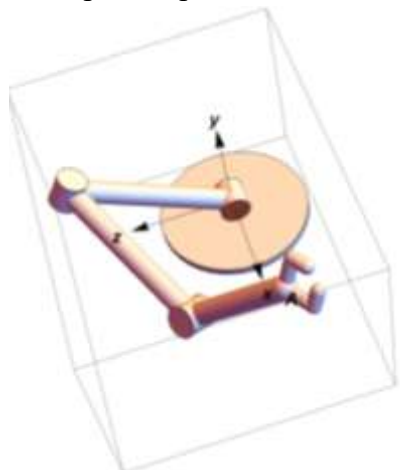
### Задача 9.1 Вариант 1

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



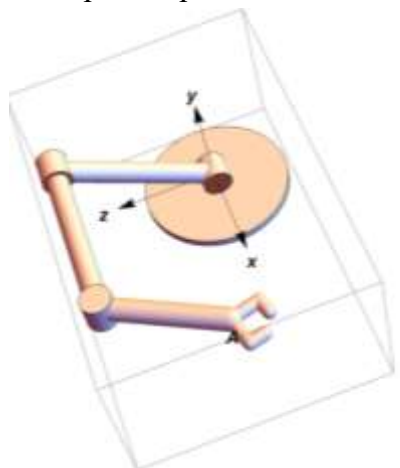
### Задача 9.1 Вариант 2

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



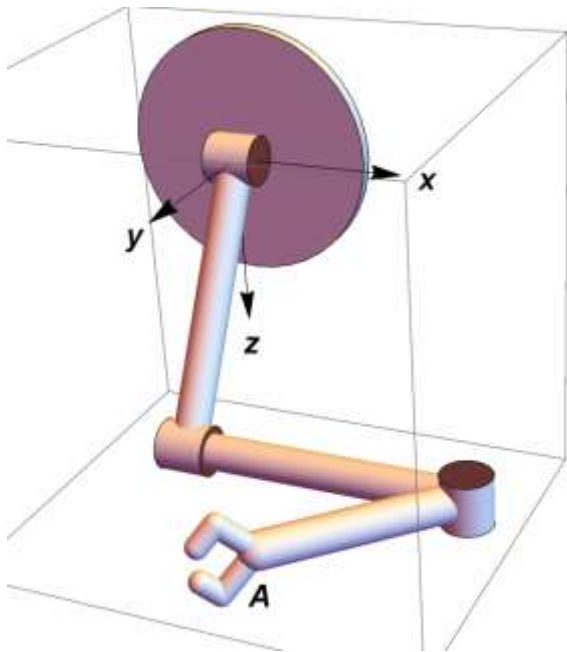
### Задача 9.1 Вариант 3

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



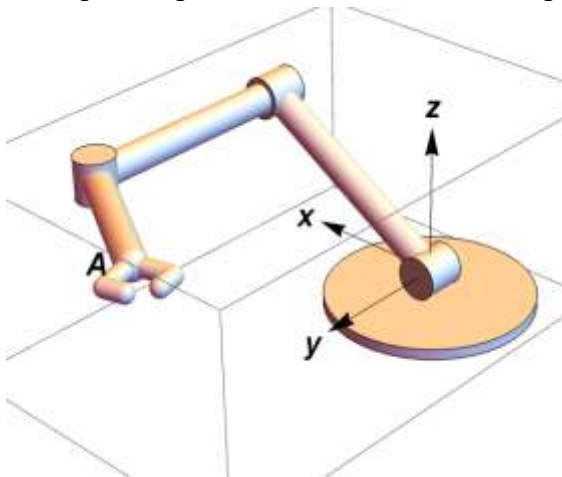
### Задача 9.1 Вариант 4

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



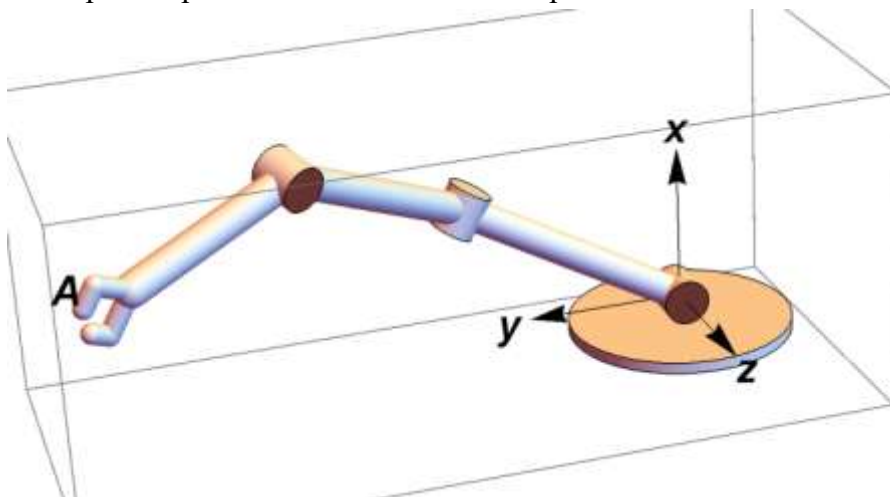
Задача 9.1 Вариант 5

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



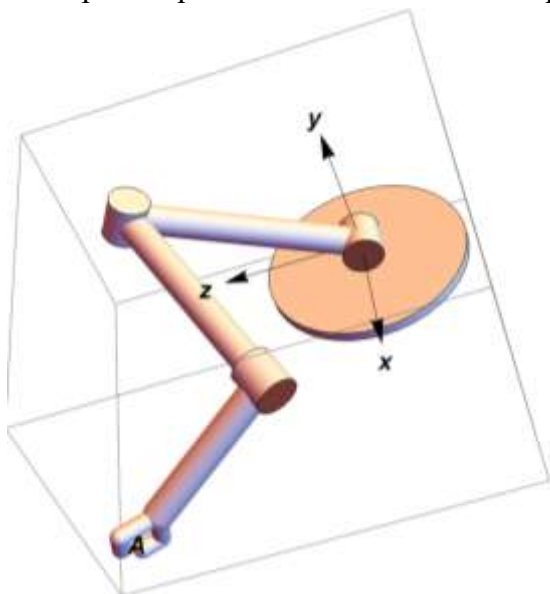
Задача 9.1 Вариант 6

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



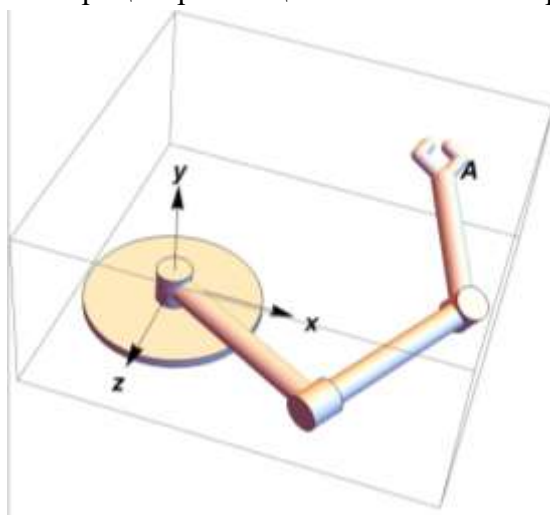
Задача 9.1 Вариант 7

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



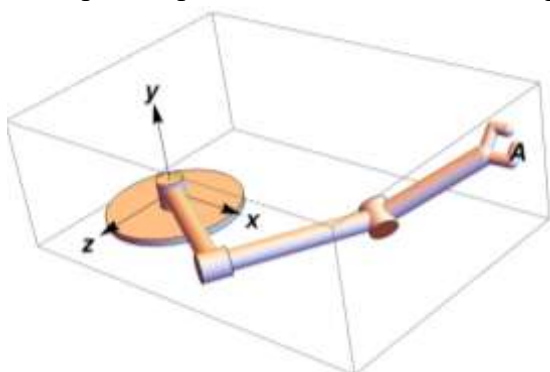
#### Задача 9.1 Вариант 8

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



#### Задача 9.1 Вариант 9

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$



#### Задача 9.1 Вариант 10

Для манипулятора известной конфигурации ввести в сочленениях робота системы координат и записать матрицы ориентации  $i$ -й системы координат относительно  $i-1$

