

**БАНК ЗАДАНИЙ**  
**для вступительных испытаний в магистратуру**  
**ИДДО 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника»**

**Магистерская программа**  
**«Управление проектами систем электроснабжения»**

**БАЗОВАЯ ЧАСТЬ**

|                          |                                  |  |
|--------------------------|----------------------------------|--|
| <b>Задания билета</b>    | <b>1, 2</b>                      | <b>3, 4</b>  |
| <b>Разделы</b>           | <b>1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 14</b> | <b>2, 3, 8, 9, 12, 13, 15, 19<br/>16, 17, 18, 20</b> |
| <b>Количество баллов</b> | <b>6 баллов</b>                  | <b>14 баллов</b>                                     |

**Содержание**

Раздел 1. Производная, частная производная, дифференциал.

Раздел 2. Исследование функции.

Раздел 3. Матрица и определители.

Раздел 4. Неоднородная система линейных алгебраических уравнений.

Раздел 5. Прямая и плоскость в пространстве.

Раздел 6. Кривые второго порядка.

Раздел 7. Неопределенный интеграл.

Раздел 8. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций.

Раздел 9. Определенный интеграл. Замена переменных.

Раздел 10. Вычисление площадей плоских фигур.

Раздел 11. Числовые ряды.

Раздел 12. Дифференциальные уравнения.

Раздел 13. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Раздел 14. Комплексные числа.

Раздел 15. Элементарные функции комплексного переменного, их свойства.

Раздел 16. Изолированные особые точки и их классификация.

Раздел 17. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Раздел 18. Функция-оригинал и ее изображение по Лапласу.

Раздел 19. Восстановление оригинала по изображению.

Раздел 20. Операционные методы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Решения

Справочные материалы

## Раздел 1. Производная, частная производная, дифференциал.

### Таблица производных

|  |  |
|--|--|
| 1. $c' = 0, c = \text{const}$              | 12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$      |
| 2. $(x^n)' = nx^{n-1}$                     | 13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$     |
| 3. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$              | 14. $(\text{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$         |
| 4. $(e^x)' = e^x$                          | 15. $(\text{arcctg}x)' = -\frac{1}{1+x^2}$       |
| 5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$       | 16. $(\text{sh } x)' = \text{ch } x$             |
| 6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$                | 17. $(\text{ch } x)' = \text{sh } x$             |
| 7. $(\sin x)' = \cos x$                    | 18. $(\text{th } x)' = \frac{1}{\text{ch}^2 x}$  |
| 8. $(\cos x)' = -\sin x$                   | 19. $(\text{th } x)' = -\frac{1}{\text{sh}^2 x}$ |
| 9. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$     |  |
| 10. $(\text{tg}x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$   |  |
| 11. $(\text{ctg}x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |  |

Найти  $f'(x)$ , если:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $f(x) = 3^{\log_5(x+1)}$ ;   | 2) $f(x) = \frac{1}{\arcsin \sqrt{x}}$ ;                    |
| 3) $f(x) = \sqrt[3]{2 - \text{tg}^3 x}$ ;                                   | 4) $f(x) = \sin^2(x^3 + 5x)$ ;                              |
| 5) $f(x) = x^{\frac{1}{\ln^2 x}}$ ;   | 6) $f(x) = \log_3(\sqrt{x} + \sqrt{1+x})$ ;                 |
| 7) $f(x) = \frac{3 \text{tg}^4 \sqrt{x} + 2}{4 \text{tg}^4 \sqrt{x} - 1}$ ; | 8) $f(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$ ;                |
| 9) $f(x) = \frac{1}{(\text{arctg} \frac{1}{x})^2}$ ;                        | 10) $f(x) = \ln(e^{\sqrt{x}} + \sqrt{e^{2\sqrt{x}} + 1})$ ; |
| 11) $f(x) = \sin^3(\sqrt{x} + 2)$ ;   | 12) $f(x) = \sqrt[3]{2 - \arcsin x^2}$ ;                    |
| 13) $f(x) = \frac{1}{\text{th}^3(\sqrt{x})}$ ;                              | 14) $f(x) = (\text{sh } x)^{\text{th } x}$ ;                |
| 15) $f(x) = \frac{\sqrt[5]{2x+1}}{(x+2)^2}$ ;                               | 16) $f(x) = (x+1)^3 e^{\frac{x}{x+1}}$ ;                    |
| 17) $f(x) = \frac{1}{\log_5(\arcsin \sqrt{x})}$ ;                           | 18) $f(x) = \frac{xe^{\sqrt{x}+1}}{2xe^{\sqrt{x}+3}}$ ;     |
| 19) $f(x) = \text{ch}^2(\text{sh} \sqrt{x})$ ;                              | 20) $f(x) = \text{sh}^3(xe^x + 1)$ .                        |
| 21) $f(x) = \frac{2}{x-1} + \sin x^2$ .                                     | 22) $f(x) = (x+1) \cos^2 x$ .                               |
| 23) $f(x) = (2x-1) \ln(x+1)$ .  | 24) $f(x) = 2\sqrt{x^2+1} - 3 \sin \frac{x}{3}$ .           |
| 25) $f(x) = (\sqrt[4]{x^4+1} + 5)(x^3 - 1)$ .                               | 26) $f(x) = 2e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .                |
| 27) $f(x) = \sqrt[3]{\ln(x-1)}$ .   |   |



2) Найти матрицу, обратную к матрице  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Сделать проверку.

3) Решить матричное уравнение (с неизвестной матрицей  $X$ ):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4) Найти определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

5) Приведя матрицу к ступенчатому виду, найти ее определитель:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 12 \end{pmatrix}.$$

6) Определить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ .

7) Пусть  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти  $A^3 - 3A^2 + 3A$ .

8) Приведя матрицу  $A$  к ступенчатому виду, определить ее ранг:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 5 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 5 & 4 & 15 \end{pmatrix}.$$

9) Найти определитель  $\det(A^{-1})$  матрицы, обратной матрице  $A$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

10) Найти  $\det(AB)$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

11) Пусть  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Имеет ли матрица  $AB$  обратную?

12) Найти собственные числа матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ .

#### Раздел 4. Неоднородная система линейных алгебраических уравнений.

Решить систему линейных уравнений, сделать проверку:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 16, \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2; \end{cases} & 2) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 8, \\ 3x_1 - 6x_2 + 7x_3 + 13x_4 = -2; \end{cases} \\ 3) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 9; \end{cases} & 4) \begin{cases} -2x_1 + 7x_2 + 9x_3 - 11x_4 = -18, \\ -3x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 11x_4 = -16; \end{cases} \\ 5) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 9; \end{cases} & 6) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -7, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -2; \end{cases} \\ 7) \begin{cases} x_2 + x_3 - x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 5; \end{cases} & 8) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -6, \\ -2x_1 + 7x_2 + 9x_3 - 11x_4 = -18; \end{cases} \\ 9) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5; \end{cases} & 10) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_5 = 2, \\ x_1 + x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5. \end{cases} \end{array}$$

#### Раздел 5. Прямая и плоскость в пространстве.

- 1) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(1; 1; 0)$  и параллельной плоскости  $3x - 4y + z = 1$ .
- 2) Написать уравнение плоскости, содержащей точку  $A(1; 1; 1)$  и ось  $Ox$ .
- 3) Найти угол между плоскостями  $\pi_1$  и  $\pi_2$ , где  $\pi_1: 2x - y + z = 0$ ,  $\pi_2: x + y - z = 1$ .
- 4) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A(1; 2; 3)$  и  $B(0; -1; 3)$ .

- 5) Найти угол между прямой  $l$  и плоскостью  $\pi$ , где  $l: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -t, \\ z = 2 + t, \end{cases} \pi: x + y + z = 3$ .

- 6) Написать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1; 0; 2)$  и перпендикулярной плоскости  $\pi: x - y + z = 1$ .
- 7) Написать каноническое уравнение прямой  $l$ , которая является линией пересечения плоскостей  $\pi_1$  и  $\pi_2$ , где  $\pi_1: 2x - y + z = 0$ ,  $\pi_2: x + y - z = 1$ .

- 8) Найти угол между прямыми  $l_1$  и  $l_2$ , где  $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z$ ,  $l_2: \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = -t, \\ z = 3t. \end{cases}$

Найти точку  $M$ , симметричную точки  $N$  относительно данной плоскости:

- 9)  $M(-1, 0, -1)$ ,  $4x + 6y + 4z - 25 = 0$ ;
- 10)  $M(1, 0, 1)$ ,  $2x + 6y - 2z + 11 = 0$ .
- 11) Лежат ли точки  $A_1(1; 0; 2)$ ,  $A_2(2; -1; 0)$ ,  $A_3(0; 0; 0)$ ,  $A_4(1; -1; 1)$  в одной плоскости?

Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ :

- 12)  $A(1, -2, 3)$ ,  $B(0, -1, 2)$ ,  $C(3, -4, 5)$ ;

- 13)  $A(0, -3, 6)$ ,  $B(-12, -3, -3)$ ,  $C(-9, -3, -6)$ ;  
 14)  $A(3, 3, -1)$ ,  $B(5, 5, -2)$ ,  $C(4, 1, 1)$ ;  
 15)  $A(-1, 2, -3)$ ,  $B(3, 4, -6)$ ,  $C(1, 1, -1)$ ;  
 16)  $A(-4, -2, 0)$ ,  $B(-1, -2, 4)$ ,  $C(3, -2, 4)$

## Раздел 6. Кривые второго порядка.

Определить вид кривой и сделать ее эскиз:

- 1)  $(x + 5)^2 + y^2 = 3$ ;                      2)  $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$ ;  
 3)  $(x - 5)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ ;                      4)  $y^2 = 2x + 2$ ;  
 5)  $x^2 - y^2 + 2x + 2y = 0$ ;  
 6) Написать (в декартовой системе координат) уравнение окружности с центром в точке  $A(2; -4)$ , проходящей через точку  $B(-1; 0)$ .

Привести уравнение кривой второго порядка  $f(x, y) = 0$  к каноническому виду и найти точки пересечения ее с данной прямой. Построить кривую и прямую на плоскости:

- 7)  $2x^2 + y^2 - 12x + 10 = 0$ ,  $x + y - 2 = 0$ ;  
 8)  $y^2 + x + 4y + 3 = 0$ ,  $x + 2y + 2 = 0$ .

## Раздел 7. Неопределенный интеграл.

### Таблица интегралов

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\int 0 \cdot dx = C$  | 9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$  |
| 2. $\int dx = \int 1 \cdot dx = x + C$                                  | 10. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$   |
| 3. $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$<br>$n \neq -1, x > 0$ | 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C,  x  <  a $  |
| 4. $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$                                     | 12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$                                       |
| 5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$                                | 13. «Высокий» логарифм:<br>$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C,  x  \neq a$ |
| 6. $\int e^x dx = e^x + C$  | 14. «Длинный» логарифм:<br>$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + C$          |
| 7. $\int \sin x dx = -\cos x + C$                                       |  |
| 8. $\int \cos x dx = \sin x + C$  |  |

- 1)  $\int \frac{dx}{x^2+2x+5};$
- 2)  $\int \frac{8^x \cdot 10^{2x}}{e^{3x}} dx;$
- 3)  $\int x^2 \sin x^3 dx;$
- 4)  $\int x^2 e^{2x^3} dx;$
- 5)  $\int \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 \cdot \frac{dx}{(x+2)^2};$
- 6)  $\int \frac{x^3 dx}{x^2-4};$
- 7)  $\int \ln x dx;$
- 8)  $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) e^{x+\frac{1}{x}} dx;$
- 9)  $\int \operatorname{arctg} x dx;$
- 10)  $\int \frac{x dx}{x^2+4};$
- 11)  $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$
- 12)  $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$
- 13)  $\int \sqrt{5-4x} dx$
- 14)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}$
- 15)  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
- 16)  $\int \cos^7 2x \sin 2x dx$
- 17)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}$
- 18)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x \operatorname{ctg}^3 x}$

## Раздел 8. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций.

- 1)  $\int \frac{dx}{x^3+3x^2+2x};$
- 2)  $\int \frac{dx}{x^3+x};$
- 3)  $\int \frac{(x+3)dx}{x(x+1)(x+2)};$
- 4)  $\int \frac{x^4 dx}{x^2+1};$
- 5)  $\int \frac{x^3 dx}{(x^2+2x-3)(x+1)};$
- 6)  $\int \sin^2 x \cos x dx;$
- 7)  $\int \sin^2 x dx;$
- 8)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx;$
- 9)  $\int \frac{dx}{1+\cos x};$
- 10)  $\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x};$
- 11)  $\int \frac{(\cos x - 3 \sin x) dx}{\sin x + 3 \cos x}.$

## Раздел 9. Определенный интеграл. Замена переменных.

- 1)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+\cos x};$
- 2)  $\int_0^1 (2x+1)e^{x+2} dx;$
- 3)  $\int_0^1 \frac{dx}{e^{x+2}};$
- 4)  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln^3 x};$
- 5)  $\int_1^{e^2} \frac{\ln^3 x + 3 \ln x}{x} dx;$
- 6)  $\int_0^{2\pi} \sin^4 x dx;$
- 7)  $\int_0^1 \frac{e^{\frac{x}{x+1}}}{(x+1)^2} dx;$
- 8)  $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x dx;$
- 9)  $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x^4+3}};$
- 10)  $\int_0^1 e^{(x+e^x)} dx.$
- 11)  $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx.$
- 12)  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx.$
- 13)  $\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$
- 14)  $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$
- 15)  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1-\cos^2 x}.$
- 16)  $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx.$
- 17)  $\int_0^1 3(x^2 + x^2 e^{x^3}) dx$
- 18)  $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx.$
- 19)  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \sin^3 x dx.$
- 20)  $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} \frac{x}{\cos^2 x^2} dx.$

## Раздел 10. Вычисление площадей плоских фигур.

- 1) Область ограничена кривыми:  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $y = 3$ . Найти ее площадь.
- 2) Область ограничена кривыми:  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2$ . Найти ее площадь.
- 3) Область ограничена кривыми:  $y = x^2$ ,  $x + y = 4$ ,  $y = 0$ . Найти ее площадь.
- 4) Область ограничена кривыми:  $y^2 = x$ ,  $x^2 = y$ . Найти ее площадь.
- 5) Найти площадь фигуры, если ее границей является кривая
$$\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ y = \sin t \\ t \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$
- 6) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 3 \cos t \\ t \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$
- 7) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$$\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 1 - \cos t \\ t \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$
- 8) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в полярных координатах как  $\rho = \cos \varphi$ .
- 9) Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в полярных координатах как
$$\begin{cases} \rho = \varphi \\ \varphi \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$
- 10) Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = x$ ,  $y = \sqrt{3}x$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ .
- 11) Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $x^2 + y^2 = 4y$ .

## Раздел 11. Числовые ряды.

Исследовать ряд на сходимость:

- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+4}$ ;
- 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{n^2+n+7}$ ;
- 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{(n+1)!}$ ;
- 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\frac{n^2}{3^{n+1}}}$ ;
- 5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+3)!}$ ;
- 6)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ ;
- 7)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+2}$ ;
- 8)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+5}$ .
- 9)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(n+2)!}$ ;

## Раздел 12. Дифференциальные уравнения.

- 1) Решить уравнение  $y' = xy + x$ .
- 2) Решить уравнение  $(x + 1)^2 y' = y$ .



Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения.

- 11)  $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 1$ ;
- 12)  $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0$ ,  $y(0) = -2,5$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 0$ ;
- 13)  $y''' + 9y' = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 9$ ,  $y''(0) = -18$ ;
- 14)  $y''' - 13y'' + 12y' = 0$ ,  $y''(0) = 0$ ,  $y'''(0) = 133$ ,  $y(0) = 0$ .

#### Раздел 14. Комплексные числа.

- 1) Записать в алгебраической форме число  $I = \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^2$ .
- 2) Записать в алгебраической форме число  $I = (1 - \sqrt{3}i)^{2018}$ .
- 3) Для числа  $z = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$  найти  $|z|^{2018}$  и  $Arg(z^{2018})$ .
- 4) Записать в алгебраической форме число  $I = \frac{\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{5\pi}{18} + i \sin \frac{5\pi}{18}}$ .
- 5) Нарисовать на комплексной плоскости область, заданную неравенствами:  $\begin{cases} |z - 1| \leq 1, \\ 0 \leq arg z \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$
- 6) Нарисовать на комплексной плоскости область, заданную неравенством  $|z| \geq |z + 1|$ .
- 7) Решить уравнение  $\frac{2+3i}{(2-i)}z - i = 0$ . Ответ записать в алгебраической форме.
- 8) Решить уравнение  $(2 + i)z - (1 + i)\bar{z} = i$ . Ответ записать в алгебраической форме.
- 9) Найти все решения уравнения  $z^3 - 2z^2 + 5z = 0$ , лежащие в области  $\begin{cases} |z| \leq 2, \\ Re z \geq 1. \end{cases}$
- 10) Найти все решения уравнения  $z^2 + 2z + 10 = 0$ , лежащие в области  $Im(\bar{z}) \geq Re z$ .

Изобразить на комплексной плоскости область, заданную неравенствами.

- 11)  $|z - 1| \leq 1$ ,  $|z + 1| > 2$ .
- 12)  $|z + i| \leq 2$ ,  $|z - i| > 2$ .
- 13)  $|z + i| < 2$ ,  $0 \leq Re z \leq 1$ .

Представить в алгебраической форме.

- 14)  $\frac{(2+i)i^3}{\sqrt{3}-i}$ .
- 15)  $\frac{3-i}{(i+1)i^5}$ .
- 16)  $\frac{(3i-1)(2+i)}{i^{10}}$ .
- 17)  $(i - \sqrt{3})^3$ .
- 18)  $\frac{2+i}{1-i}$ .
- 19)  $(-i)^i$ .
- 20)  $(1 + i)^i$ .

#### Раздел 15. Элементарные функции комплексного переменного, их свойства.

- 1) Решить уравнение  $z^3 = -i$ . Ответы записать в алгебраической форме.
- 2) Найти все значения  $\sqrt[4]{i^4}$ . Ответы записать в алгебраической форме.

- 3) Решить уравнение  $\cos z = 2$ . Ответы записать в алгебраической форме.
- 4) Записать в алгебраической форме  $i^i$ .
- 5) Найти  $\operatorname{Re}(e^{iz^2})$ .
- 6) Может ли функция  $u = x^2 + y^2 - xy$  быть действительной частью некоторой аналитической в  $\mathbb{C}$  функции?
- 7) Найти аналитическую в  $\mathbb{C}$  функцию  $f(z)$ , такую, что  $\operatorname{Im} f = x^2 - y^2 + y$ ,  $f(0) = 0$ .
- 8) Записать в алгебраической форме  $\sin(1 + i)$ .
- 9) Решить уравнение  $e^z = e^{2018\pi i}$ .

### Раздел 16. Изолированные особые точки и их классификация.

Определить особые точки и их типы для функции и вычислить вычеты в этих точках:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $f(z) = \frac{z}{\sin z}$ ;                    | 2) $f(z) = (z-1)e^{\frac{1}{z-1}}$ ;                            |
| 3) $f(z) = \frac{e^z - 1 - z}{1 - \cos z}$ ;      | 4) $f(z) = \frac{e^{1/z} + 1}{e^{1/z} - 1}$ ;                   |
| 5) $f(z) = z^3 \sin \frac{1}{z}$ ;                | 6) $f(z) = \frac{z(\operatorname{sh} z - z)}{(1 - \cos z)^2}$ ; |
| 7) $f(z) = e^z e^{\frac{1}{z-2}}$ ;               | 8) $f(z) = \frac{1}{(\sin z - \frac{1}{2})^2}$ ;                |
| 9) $f(z) = \frac{1}{\sin(z-1)} e^{\frac{1}{z}}$ ; | 10) $f(z) = \frac{tg z}{z^3}$ .                                 |

Определить тип особой точки  $z = 0$  для данной функции.

- |   |  |
|---|--|
| 11) $\frac{e^{9z} - 1}{\sin z - z + z^3/6}$                             | 12) $z^3 e^{7/z^2}$  |
| 13) $\frac{\sin 8z - 6z}{\cos z - 1 + z^2/2}$                           | 14) $\frac{\cos 7z - 1}{\operatorname{sh} z - z - z^3/6}$  |
| 15) $\frac{\operatorname{sh} 6z - 6z}{\operatorname{ch} z - 1 - z^2/2}$ | 16) $\frac{\operatorname{ch} 5z - 1}{e^z - 1 - z}$         |
| 17) $z \sin \frac{6}{z^2}$  | 18) $\frac{e^z - 1}{\sin z - z + z^3/6}$                   |
| 19) $\frac{\sin z^2 - z^2}{\cos z - 1 + z^2/2}$                         | 20) $\frac{\cos z^2 - 1}{\operatorname{sh} z - z - z^3/6}$ |

### Раздел 17. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Вычислить:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\int_{ z =1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz$ ;     | 2) $\int_{ z-1 =3} \frac{dz}{\sin z}$ ;      |
| 3) $\int_{ z-2 =5} \frac{\sin z - z}{z^4} dz$ ; | 4) $\int_{ z =1} z^3 e^{1/z} dz$ ;           |
| 5) $\int_{ z =1} \frac{\sin z}{z \cos z} dz$ ;  | 6) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}$ ; |

$$7) \int_0^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2+9} dx;$$

$$9) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)};$$

Вычислить интеграл.

$$11) \int_{|z|=1} \frac{\cos 2z-1}{z^2} dz.$$

$$13) \int_{|z|=1} \frac{\sin z^2-z^2}{z^5} dz.$$

$$15) \int_{|z|=1} z^3 \cos \frac{1}{z^2} dz.$$

$$17) \int_{|z|=1} \frac{1-\cos z}{z^3} dz$$

$$19) \int_{|z|=1} z^5 \cos \frac{1}{z^3} dz.$$

$$8) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{\cos x+2};$$

$$10) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2+1} dx.$$

$$12) \int_{|z|=1} \frac{\sin(1/z)}{z^3} dz.$$

$$14) \int_{|z|=1} z e^{2/z} dz.$$

$$16) \int_{|z|=1} \frac{1+z-e^z}{2z^3} dz.$$

$$18) \int_{|z|=1} \frac{\sin^2 z - \frac{1}{2}}{z} dz.$$

$$20) \int_{|z|=1} \frac{\sin 3z}{z-\pi} dz.$$

## Раздел 18. Функция-оригинал и ее изображение по Лапласу.

**Таблица изображений и оригиналов**

| Оригинал                              | Изображение                                       | Оригинал                      | Изображение                                  |
|---------------------------------------|---|-------------------------------|--|
| 1                                     | $\frac{1}{p}$                                     | $t \sin \omega t$             | $\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$        |
| $t$                                   | $\frac{1}{p^2}$                                   | $t \cos \omega t$             | $\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$  |
| $t^2$                                 | $\frac{2}{p^3}$                                   | $\text{sh } \omega t$         | $\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$              |
| $t^n, n \in \mathbb{N}$               | $\frac{n!}{p^{n+1}}$                              | $\text{ch } \omega t$         | $\frac{p}{p^2 - \omega^2}$                   |
| $t^\alpha (\alpha > -1)$              | $\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$           | $e^{\lambda t} \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{(p-\lambda)^2 + \omega^2}$    |
| $e^{\lambda t}$                       | $\frac{1}{p-\lambda}$                             | $e^{\lambda t} \cos \omega t$ | $\frac{p-\lambda}{(p-\lambda)^2 + \omega^2}$ |
| $t e^{\lambda t}$                     | $\frac{1}{(p-\lambda)^2}$                         | $\frac{\sin t}{t}$            | $\text{arcctg } p$                           |
| $t^n e^{\lambda t}, n \in \mathbb{N}$ | $\frac{n!}{(p-\lambda)^{n+1}}$                    | $\frac{1}{t}(1-e^{-t})$       | $\ln\left(1 + \frac{1}{p}\right)$            |
| $t^\alpha e^{\lambda t}, \alpha > -1$ | $\frac{\Gamma(\alpha+1)}{(p-\lambda)^{\alpha+1}}$ | $\delta(t)$                   | 1  |
| $\sin \omega t$                       | $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$                   | $\delta(t-a), a > 0$          | $e^{-ap}$                                    |
| $\cos \omega t$                       | $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$                        |                               |  |

1) Найти изображение функции  $f(t) = t^2 e^{-3t}$ .

2) Найти изображение функции  $f(t) = t e^{-3t} \sin 2t$ .

3) Найти изображение функции  $f(t) = t \text{ch } 2t - \text{sh } t$ .

4) Найти изображение функции  $f(t) = \int_0^t e^{-x} \cos(t-x) dx$ .

5) Пусть  $f(t) = e^{-2t} \sin 3t$ . Найти изображение функции  $f''(t)$ .

6) Найти изображение функции  $f(t) = \int_0^t x^3 e^{-3x} dx$ .

- 7) Пусть  $f(t) = \begin{cases} 3, & t \in [0; 1], \\ 0, & t \notin [0; 1]. \end{cases}$  Найти изображение  $f(t)$ .
- 8) Пусть  $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ t, & t \in [0; 1], \\ 1, & t \in [1; 2], \\ 0, & t > 2. \end{cases}$  . Найти изображение  $f(t)$ .
- 9) Пусть  $\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases}$  Найти изображение функции  $f(t) = (t - 1)e^{(t-1)}\eta(t - 1)$ .
- 10) Пусть  $\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases}$  Найти изображение  $f(t) = \sin 2(t - 2)e^{-2}\eta(t - 2)$ .
- 11) Найти изображение функции  $f(t) = t \sin^2 2t$ .

### Раздел 19. Восстановление оригинала по изображению.

Найти (непрерывную на  $[0; +\infty)$ ) функцию-оригинал, если ее изображение  $F(p)$  равно:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $F(p) = \frac{p^2}{(p^2+1)(p^2+2)}$ ;            | 2) $F(p) = \frac{p-3}{p^2-6p+10}$ ;                     |
| 3) $F(p) = \left(\frac{p-2}{p^2-4p+5}\right)''$ ;   | 4) $F(p) = \left(\frac{p}{p^2+9}\right)''$ ;            |
| 5) $F(p) = \int_p^{+\infty} \frac{dq}{q^2+4}$ ;     | 6) $F(p) = \frac{e^{-2p}}{p+1}$ ;                       |
| 7) $F(p) = (e^{-2p} + 3e^{-p})\frac{1}{p}$ ;        | 8) $F(p) = \int_p^{+\infty} \frac{dq}{q(q^2+1)}$ ;      |
| 9) $F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{p^{k+1}}$ ; | 10) $F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2p)^{k+1}}$ ; |

### Раздел 20. Операционные методы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Решить операционным методом задачу Коши:

- 1)  $x' + x = e^{-t}, \quad x(0) = 1.$
- 2)  $x' - x = 1, \quad x(0) = -1.$
- 3)  $x'' = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$
- 4)  $x'' - 4x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$
- 5)  $x' + 2x = 2, \quad x(0) = 1.$
- 6)  $x' + 3x = e^{-3t}, \quad x(0) = 0.$
- 7)  $x'' + x = 2t + 3, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 1.$
- 8)  $x'' + x' = t, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$
- 9)  $x'' + x = 2e^t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$
- 10)  $x'' + x = 2 \cos t, \quad x(0) = x'(0) = 0.$

Операционным методом найти решение системы уравнений

$$11) \begin{cases} x' - y = 0 \\ y' - x = -1, \end{cases} \text{удовлетворяющее начальным условиям } x(0) = 2, \\ y(0) = 1$$

$$12) \begin{cases} x' - 2y = 2t \\ y' = \frac{1}{2}x - 1, \end{cases} \text{удовлетворяющее начальным условиям } x(0) = 2, \\ y(0) = 1$$

$$13) \begin{cases} x' - 2y = 0 \\ y' + x = 3e^{2t} + 1, \end{cases} \text{удовлетворяющее начальным условиям } x(0) = 2, \\ y(0) = 1.$$

## Примеры решения

§1.

$$3) f'(x) = \frac{1}{3}(2 - \operatorname{tg}^3 x)^{-\frac{2}{3}} \cdot (-3 \operatorname{tg}^2 x) \frac{1}{\cos^2 x} = -\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt[3]{(2 - \operatorname{tg}^3 x)^2} \cos^2 x}.$$

§2.

$$1) y = \frac{x^3 - 1}{x}.$$

1. ОДЗ:  $x \neq 0$ .

$$2. \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 - \text{вертикальная асимптота.}$$

3.  $f(-x) \neq f(x)$ ,  $f(-x) \neq -f(x)$ , периода нет, т.е. функция общего вида.

4.  $y = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ; точка  $(1; 0)$  – точка пересечения с осью  $Ox$ .

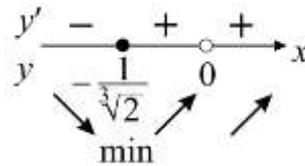
5. Найдем наклонные (горизонтальные) асимптоты:

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2} = +\infty, \text{ т.е. наклонных и горизонтальных асимптот нет.}$$

$$6. y' = \left( \frac{x^3 - 1}{x} \right)' = \frac{3x^2x - (x^3 - 1)}{x^2} = \frac{2x^3 + 1}{x^2};$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}};$$

$$y' \neq 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0.$$

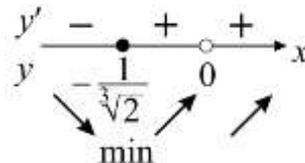


$$y\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \text{ т.е. } \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; \frac{3}{\sqrt[3]{4}}\right) - \text{точка минимума.}$$

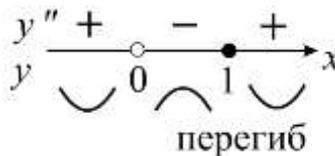
$$7. y''' = \left( \frac{2x^3 + 1}{x^2} \right)' = \frac{6x^2x^2 - (2x^3 + 1)2x}{x^4} = \frac{2x^4 - 2x}{x^4} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^3}.$$

$$y''' = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1.$$

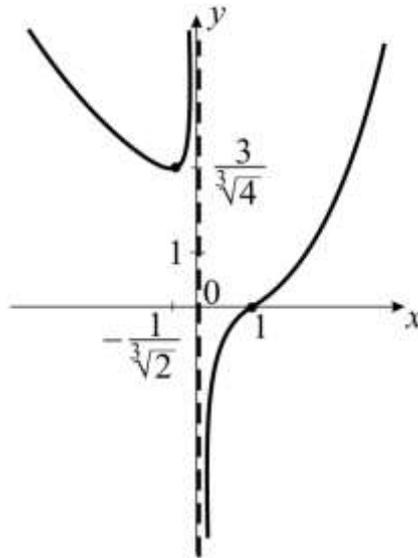
$$y''' \neq 0 \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0.$$



$$y\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \text{ т.е. } \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; \frac{3}{\sqrt[3]{4}}\right) - \text{точка минимума.}$$



$y(1) = 0$ , т.е. точка  $(1; 0)$  – точка перегиба.



§3.

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1. |A| = 1 \neq 0 \Rightarrow \exists! A^{-1}.$$

$$A_{11} = 1 \quad A_{21} = 0 \quad A_{31} = -1$$

$$2. A_{12} = 0 \quad A_{22} = 1 \quad A_{32} = -1$$

$$A_{13} = 0 \quad A_{23} = 0 \quad A_{33} = 1$$

$$3. \tilde{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4. A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5. \text{Проверка: } AA^{-1} = A^{-1}A = E \text{ (?)}$$

$$AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1}A = E.$$

§4.

$$1) \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 16, \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A|B &= \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 & 2 & 16 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \langle \cdot 1/2 \rangle \sim \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \langle \downarrow + \rangle \sim \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \langle \cdot -1 \rangle \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \langle \cdot 2 \uparrow \rangle \\ &\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$Rg A = Rg A|B = 2; \dim L = 2 \Rightarrow \text{ФСР: } \vec{e}_1, \vec{e}_2.$$

2 баз. переменные:  $x_1, x_2$ , 2 своб. переменные:  $x_3, x_4$ .

$$\begin{cases} x_1 = -2 - 2x_3 - 3x_4, \\ x_2 = 3 - x_3 - 2x_4. \end{cases}$$

$$\vec{x}_{\text{о.н.}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 - 2x_3 - 3x_4 \\ 3 - x_3 - 2x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{x}_{\text{ч.н.}}} + C_1 \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{e}_1} + C_2 \underbrace{\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\vec{e}_2}.$$

Проверки:  $\vec{x}_{\text{ч.н.}}$ :  $-2 \cdot (-2) + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 16$ ;

$$\vec{e}_1: -2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = 0$$
;

$$\vec{e}_2: -2 \cdot (-3) + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 = 0.$$

### §5.

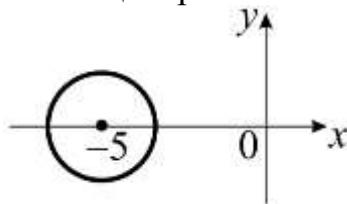
1)  $A(1; 1; 0)$ ,  $\alpha: 3x - 4y + z = 1$ ,  $A \in \beta$  и  $\alpha \parallel \beta$ . Так как  $\alpha \parallel \beta$ , то  $\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2$ ,  $\vec{n}_1 = \{3; -4; 1\}$  – нормальный вектор плоскости  $\alpha$ , который можно взять за нормальный вектор к плоскости  $\beta$ . Точка  $A \in \beta$ , тогда уравнение плоскости  $\beta$ :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0,$$

т.е.  $3(x - 1) - 4(y - 1) + 1(z - 0) = 0$ ,  $\beta: 3x - 4y + z + 1 = 0$ .

### §6.

1)  $(x + 5)^2 + y^2 = 3$  – окружность с центром в точке  $(-5; 0)$  и радиусом  $\sqrt{3}$ .



### §7.

7)  $\int \ln x \, dx = ?$

Интегрирование по частям:

$$\begin{aligned} \int u \, dv &= uv - \int v \, du = \left\langle \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right\rangle = x \ln x - \int dx \\ &= x(\ln x - 1) + C. \end{aligned}$$

### §8.

6)  $\int \sin^2 x \cos x \, dx = \int \sin^2 x \, d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C$  (метод подведения под знак дифференциала).

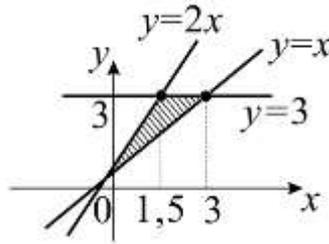
### §9.

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

$$4) \int_2^e \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int_2^e \frac{d(\ln x)}{\ln^3 x} = -\frac{1}{2 \ln^2 x} \Big|_2^e = -\frac{1}{2 \ln^2 2} + \frac{1}{2 \ln^2 e} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\ln^2 2} \right).$$

### §10.

1)  $y = x$ ;  $y = 2x$ ;  $y = 3$ .



$$\begin{aligned} S_{\text{фигуры}} &= \int_0^{3/2} (2x - x) dx + \int_{3/2}^3 (3 - x) dx \Rightarrow \frac{x^2}{2} \Big|_0^{3/2} + \left( 3x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{3/2}^3 = \\ &= \frac{9}{8} + 9 - \frac{9}{2} - \frac{9}{2} + \frac{9}{8} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

### §11.

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+4}$ .

1. Проверить необходимое условие сходимости:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n+4} = 0$ .

2. По второй теореме сравнения  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  расходится; так как  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n+4} \cdot \frac{n}{1} = \frac{1}{3}$ , то оба ряда ведут себя одинаково, т.е. исходный ряд расходится.

### §12.

1)  $y' = xy + x$ ,

$$\frac{dy}{dx} = x(y+1) \quad | : y+1 \neq 0,$$

$$\frac{dy}{y+1} = x dx,$$

$$\int \frac{dy}{y+1} = x dx; \ln |y+1| = \frac{x^2}{2} + C; y+1 = e^{x^2/2} C; y = e^{x^2/2} C - 1; \text{ так как при}$$

$$C = 0 \quad y = -1, \text{ то ответ: } y = e^{x^2/2} C - 1.$$

### §13.

1)  $y''' - 3y'' + 2y' = 0$ .

Составим характеристическое уравнение:

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 + 2\lambda = 0, \lambda(\lambda^2 - 3\lambda + 2) = 0, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 2 - \text{ все корни кратности 1.}$$

$$y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{2x}.$$

### §14.

4) 5б:  $\frac{\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{5\pi}{18} + i \sin \frac{5\pi}{18}} = \frac{e^{i\frac{\pi}{9}}}{e^{i\frac{5\pi}{18}}} = e^{i(\frac{\pi}{9} - \frac{5\pi}{18})} = e^{-i\frac{\pi}{6}} = \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i.$

§15.

$$z^3 = -i \Rightarrow z = |z|e^{i\varphi}; -i = e^{i\frac{3\pi}{2}};$$

$$|z|^3 e^{i3\varphi} = 1 \cdot e^{i\frac{3\pi}{2}} \Rightarrow \begin{cases} |z|^3 = 1, \\ 3\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ \varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi k}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$k = 0 \quad z = 1 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i;$$

$$k = 1 \quad z = 1 \cdot e^{i(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3})} = \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2};$$

$$k = 2 \quad z = 1 \cdot e^{i(\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3})} = \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}.$$

§16.

$$\frac{z}{\sin z}.$$

$z = 0$  – устранимая точка,  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{\sin z} = 1$ ;  $z = k\pi$  при  $k = \pm\pi, \pm 2\pi, \dots$  – полюса 1-го порядка, так как  $\frac{1}{f} = \frac{\sin z}{z}$  имеет в этих точках нуль первого порядка ( $\sin k\pi = 0, \cos k\pi \neq 0$ ).

§17.

$\int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz = 0$ , так как разложение в ряд Лорана этой функции имеет вид:  $z^3 \sin \frac{1}{z} = z^3 \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{3!} \cdot \frac{1}{z^3} + \frac{1}{5!} \cdot \frac{1}{z^5} + \dots \right) = z^2 - \frac{1}{6} + \frac{1}{5!} z^2 + \dots$ , т.е. коэффициент при степени  $\frac{1}{z}$  равен 0.

§18.

1) 5б: так как  $e^{-3t} \doteq \frac{1}{p+3}$ , а домножение оригинала на  $(-t)$  соответствует дифференцированию изображения, то  $t^2 e^{-3t} \doteq \left( \frac{1}{p+3} \right)'' = ((p+3)^{-1})'' = \frac{2}{(p+3)^3}$ .

§19.

$F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{p^{k+1}}$ . Так как  $\frac{1}{p^{k+1}} = \frac{t^k}{k!}$ , то  $F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} = e^t$ .

§20.

$$x'' + x = 2e^t, \quad x(0) = 0; \quad x'(0) = 1.$$

Пусть  $x(t) = F(p)$ . Тогда  $x''(t) = p(pF(p) - x(0)) - x'(0) = p^2 F(p) - 1$ ;

$$e^t = \frac{1}{p-1} \Rightarrow p^2 F(p) - 1 + F(p) = 2 \frac{1}{p-1} \Rightarrow (p^2 + 1)F(p) = \frac{2}{p-1} + 1 \Rightarrow$$

$$F(p) = \frac{p+1}{(p-1)(p^2+1)} = \frac{1}{p-1} - \frac{p}{p^2+1}.$$

Так как  $F(p) = e^t - \cos t$ , то ответ  $x(t) = e^t - \cos t$ .

## Справочные материалы

### А. Таблица производных

1.  $c' = 0, c = \text{const}$

2.  $(x^n)' = nx^{n-1}$

3.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

4.  $(e^x)' = e^x$

5.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

6.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

7.  $(\sin x)' = \cos x$

8.  $(\cos x)' = -\sin x$

9.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10.  $(\text{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11.  $(\text{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

12.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14.  $(\text{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

15.  $(\text{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

16.  $(\text{sh } x)' = \text{ch } x$

17.  $(\text{ch } x)' = \text{sh } x$

18.  $(\text{th } x)' = \frac{1}{\text{ch}^2 x}$

19.  $(\text{cth } x)' = -\frac{1}{\text{sh}^2 x}$

### Б. Таблица интегралов

1.  $\int 0 \cdot dx = C$

2.  $\int dx = \int 1 \cdot dx = x + C$

3.  $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$   
 $n \neq -1, x > 0$

4.  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

5.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

6.  $\int e^x dx = e^x + C$

7.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$

8.  $\int \cos x dx = \sin x + C$

9.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctg} x + C$

10.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg} x + C$

11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C, |x| < |a|$

12.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \text{arctg} \frac{x}{a} + C$

13. «Высокий» логарифм:  
 $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, |x| \neq a$

14. «Длинный» логарифм:  
 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$

В. Таблица изображений и оригиналов

| Оригинал                              | Изображение   | Оригинал                      | Изображение                                      |
|---------------------------------------|---|-------------------------------|--|
| 1                                     | $\frac{1}{p}$                                       | $t \sin \omega t$             | $\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$            |
| $t$                                   | $\frac{1}{p^2}$                                     | $t \cos \omega t$             | $\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$      |
| $t^2$                                 | $\frac{2}{p^3}$                                     | $\text{sh } \omega t$         | $\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$                  |
| $t^n, n \in \mathbb{N}$               | $\frac{n!}{p^{n+1}}$                                | $\text{ch } \omega t$         | $\frac{p}{p^2 - \omega^2}$                       |
| $t^\alpha (\alpha > -1)$              | $\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$             | $e^{\lambda t} \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{(p - \lambda)^2 + \omega^2}$      |
| $e^{\lambda t}$                       | $\frac{1}{p - \lambda}$                             | $e^{\lambda t} \cos \omega t$ | $\frac{p - \lambda}{(p - \lambda)^2 + \omega^2}$ |
| $t e^{\lambda t}$                     | $\frac{1}{(p - \lambda)^2}$                         | $\frac{\sin t}{t}$            | $\text{arctg } p$                                |
| $t^n e^{\lambda t}, n \in \mathbb{N}$ | $\frac{n!}{(p - \lambda)^{n+1}}$                    | $\frac{1}{t}(1 - e^{-t})$     | $\ln\left(1 + \frac{1}{p}\right)$                |
| $t^\alpha e^{\lambda t}, \alpha > -1$ | $\frac{\Gamma(\alpha+1)}{(p - \lambda)^{\alpha+1}}$ | $\delta(t)$                   | 1  |
| $\sin \omega t$                       | $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$                     | $\delta(t - a), a > 0$        | $e^{-ap}$  |
| $\cos \omega t$                       | $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$                          |                               |  |

## Специальная часть

|                          |                  |                  |
|--------------------------|------------------|------------------|
| <b>Задания билета</b>    | <b>5, 6, 7</b>   | <b>8, 9</b>      |
| <b>Разделы</b>           | <b>1 – 20</b>    | <b>21 – 30</b>   |
| <b>Количество баллов</b> | <b>10 баллов</b> | <b>15 баллов</b> |

Тема 1. Основные участники рынка электроэнергии (поставщики; магистральные и распределительные сети; Системный оператор; энергосбытовые организации; энергосистемы изолированных регионов). (правильный ответ 10 баллов)

1. Кто отвечает за транспортировку электроэнергии на большие расстояния?
  - A) Распределительные сети
  - B) Энергосбытовые организации
  - C) Потребители
  - D) Магистральные сети
2. Функция Системного оператора:
  - A) Балансировка спроса и предложения в реальном времени
  - B) Продажа электроэнергии населению
  - C) Установка счетчиков
  - D) Производство энергии
3. Энергосбытовые организации занимаются:
  - A) Строительством ЛЭП
  - B) Ремонт трансформаторов
  - C) Продажей электроэнергии конечным потребителям
  - D) Добычей угля
4. Изолированные энергосистемы характерны для:
  - A) Москвы
  - B) Санкт-Петербурга
  - C) Камчатки или Якутии
  - D) Урала
5. Кто является поставщиком электроэнергии?
  - A) Муниципальные администрации
  - B) Генерирующие компании
  - C) Розничные магазины
  - D) Телекоммуникационные компании
6. Распределительные сети отвечают за:
  - A) Транспортировку между странами
  - B) Установку тарифов
  - C) Доставку электроэнергии до конечных потребителей
  - D) Производство энергии
7. Энергосистемы изолированных регионов часто используют:
  - A) Атомные реакторы
  - B) Солнечные панели как основной источник
  - C) Дизельные генераторы
  - D) Угольные ТЭС
8. Системный оператор НЕ выполняет:
  - A) Контроль частоты тока
  - B) Продажу электроэнергии населению
  - C) Устранение аварий
  - D) Планирование режимов работы

9. Правила работы оптового рынка устанавливает:
  - A) Энергосбытовые компании
  - B) Потребители
  - C) Правительство РФ
  - D) Производители оборудования
10. Пример распределительной сети:
  - A) ЛЭП 500 кВ
  - B) Международные энергомосты
  - C) Городские кабельные линии 10 кВ
  - D) Трансформаторы на АЭС
11. Изолированная энергосистема НЕ связана с:
  - A) Локальными генераторами
  - B) Единой энергосистемой страны
  - C) Дизельными электростанциями
  - D) Ветрогенераторами
12. Энергосбытовая компания получает электроэнергию:
  - A) Напрямую от генерирующих компаний
  - B) Из-за рубежа
  - C) Через оптовый рынок
  - D) Через магистральные сети

Тема 2. Сфера и методы тарифного регулирования в современной электроэнергетике. (правильный ответ 10 баллов)

1. Основным методом тарифообразования в России:
  - A) Рыночные цены
  - B) Фиксированные ставки
  - C) Метод доходности инвестированного капитала (RAB)
  - D) Социальные субсидии
2. Тарифы для населения регулирует:
  - A) Энергосбытовые компании
  - B) Генераторы
  - C) ФАС России
  - D) Муниципалитеты
3. Перекрестное субсидирование — это:
  - A) Снижение налогов
  - B) Перенос затрат на одних потребителей для снижения тарифов другим
  - C) Инвестиции в ВИЭ
  - D) Экспорт энергии
4. Цель тарифного регулирования:
  - A) Максимизация прибыли сетей
  - B) Снижение экологических норм
  - C) Баланс интересов поставщиков и потребителей
  - D) Увеличение импорта
5. Тарифы для промышленности обычно:
  - A) Ниже, чем для населения
  - B) Выше, чем для населения
  - C) Фиксированы на 10 лет
  - D) Не регулируются
6. Метод «затраты+» предполагает:
  - A) Рыночные аукционы
  - B) Учет расходов компании и нормы прибыли

- C) Отмену регулирования
  - D) Субсидии из бюджета
7. Федеральный закон, регулирующий тарифы на электроэнергию:
    - A) «О защите прав потребителей»
    - B) «Об электроэнергетике»
    - C) «О недрах»
    - D) «О рекламе»
  8. Дифференциация тарифов по времени суток направлена на:
    - A) Увеличение потребления ночью
    - B) Повышение доходов сетей
    - C) Снижение пиковой нагрузки
    - D) Экспорт энергии
  9. Тарифы на передачу электроэнергии:
    - A) Зависят от напряжения
    - B) Зависят от объема потребления
    - C) Не зависят от напряжения
    - D) Одинаковые для всех
  10. Субсидии из бюджета в тарифах используются для:
    - A) Строительства АЭС
    - B) Компенсации разницы для населения
    - C) Зарплата чиновников
    - D) Рекламы энергокомпаний
  11. Снижение тарифов может привести к:
    - A) Росту качества услуг
    - B) Увеличению экспорта
    - C) Дефициту инвестиций в инфраструктуру
    - D) Росту числа поставщиков

Тема 3. Разработка перспектив развития электроэнергетики. (правильный ответ 10 баллов)

1. Основной тренд развития электроэнергетики в XXI веке:
  - A) Увеличение угольных ТЭЦ
  - B) Отказ от Smart Grid
  - C) Декарбонизация и ВИЭ
  - D) Снижение КПД
2. Цель госпрограммы «Цифровая энергетика»:
  - A) Строительство новых ГЭС
  - B) Внедрение AI и IoT в сети
  - C) Рост тарифов
  - D) Закрытие АЭС
3. Проблема интеграции солнечных электростанций в сеть:
  - A) Низкая мощность
  - B) Высокие тарифы
  - C) Нестабильность генерации
  - D) Отсутствие спроса
4. Долгосрочное планирование в энергетике учитывает:
  - A) Только текущие тарифы
  - B) Политические санкции
  - C) Демографические и экономические прогнозы
  - D) Курсы криптовалют
5. «Зеленая» энергетика — это:
  - A) Производство энергии из мусора
  - B) Использование ВИЭ и снижение выбросов

- C) Энергия для сельского хозяйства
  - D) Тарифы для экологов
6. Модернизация ТЭК направлена на:
    - A) Увеличение добычи угля
    - B) Повышение эффективности и экологичности
    - C) Сокращение числа атомных электростанций
    - D) Снижение тарифов на электроэнергию
  7. Парижское соглашение связано с:
    - A) Тарифами на электроэнергию
    - B) Поставками газа в Европу
    - C) Сокращением выбросов CO<sub>2</sub>
    - D) Строительством плотин
  8. Главная проблема развития Арктических регионов:
    - A) Избыток энергии
    - B) Низкий спрос
    - C) Отсутствие централизованных сетей
    - D) Запрет на ВИЭ
  9. Перспективный источник энергии для России:
    - A) Торф
    - B) Дрова
    - C) Ветровая энергия
    - D) Урановая руда

Тема 4. Системное проектирование электроэнергетики. (правильный ответ 10 баллов)

1. Цель резервирования в сетях:
  - A) Увеличение тарифов
  - B) Обеспечение надежности
  - C) Увеличение КПД
  - D) Увеличение загрузки оборудования
2. Smart Grid включает:
  - A) Угольные котельные
  - B) Интеллектуальные счетчики
  - C) Аналоговые системы
  - D) Ручное управление
3. Оптимизация сетей направлена на:
  - A) Увеличение числа ЛЭП
  - B) Снижение потерь энергии
  - C) Рост тарифов
  - D) Закрытие электростанций
4. Микрогриды — это:
  - A) Международные сети
  - B) Локальные энергосистемы
  - C) Магистральные ЛЭП
  - D) Тарифные зоны
5. HVDC-технологии используются для:
  - A) Обогрева зданий
  - B) Передачи энергии на большие расстояния
  - C) Зарядки смартфонов
  - D) Освещения улиц
6. Учет пиковых нагрузок важен для:
  - A) Роста прибыли
  - B) Предотвращения аварий

- C) Сокращения генерации
- D) Экспорта энергии

Тема 5. Значение, особенности, технологическая структура и топливная база электроэнергетики. (правильный ответ 10 баллов)

1. Особенность электроэнергии как товара:
  - A) Возможность хранения годами
  - B) Невозможность крупномасштабного хранения
  - C) Низкая себестоимость
  - D) Эксклюзивность для промышленности
2. Доля газа в топливной базе РФ:
  - A) 10%
  - B) ~50%
  - C) 80%
  - D) 5%
3. Технологическая структура электроэнергетики включает:
  - A) Добычу нефти
  - B) Сельское хозяйство
  - C) Генерацию, передачу, распределение
  - D) Рекламу

Тема 6. Российская электроэнергетика и ее место в мире. (правильный ответ 10 баллов)

1. Место России по производству электроэнергии:
  - A) 1-е
  - B) 10-е
  - C) 4-е
  - D) 20-е
2. Крупнейшая ГЭС в России:
  - A) Волжская
  - B) Саяно-Шушенская
  - C) Братская
  - D) Красноярская
3. Основной регион-потребитель электроэнергии:
  - A) Дальний Восток
  - B) Центральная Россия
  - C) Северный Кавказ
  - D) Урал
4. Экспорт российской электроэнергии:
  - A) Страны СНГ и Китай
  - B) США
  - C) Европа
  - D) Африка

Тема 7. Современные принципы менеджмента. Понятие организации. Общие характеристики организаций. (правильный ответ 10 баллов)

1. Цель менеджмента:
  - A) Достижение целей организации
  - B) Увольнение сотрудников
  - C) Снижение качества
  - D) Рост налогов
2. Характеристика организации:
  - A) Отсутствие правил

- В) Наличие структуры и целей
  - С) Независимость от внешней среды
  - Д) Случайная группа людей
3. Матричная структура организации:
    - А) Сочетает функциональный и проектный подход
    - В) Только вертикальная иерархия
    - С) Отказ от планирования
    - Д) Децентрализация
  4. Пример внешней среды:
    - А) Штатное расписание
    - В) Законодательство
    - С) Внутренние регламенты
    - Д) Бухгалтерия

Тема 8. Предприятие как субъект и объект предпринимательской деятельности. Цель создания и функционирования предприятия. (правильный ответ 10 баллов)

1. Цель коммерческого предприятия:
  - А) Благотворительность
  - В) Получение прибыли
  - С) Образование
  - Д) Политика
2. Уставной капитал формируется за счет:
  - А) Кредитов
  - В) Вкладов учредителей
  - С) Штрафов
  - Д) Экспорта
3. Признак банкротства:
  - А) Высокая прибыль
  - В) Неспособность платить по долгам
  - С) Рост числа сотрудников
  - Д) Увеличение рынка
4. Выберите организационно-правовую форму:
  - А) Семья
  - В) АО (акционерное общество)
  - С) Политическая партия
  - Д) Университет

Тема 9. Техническая база российской электроэнергетики. (правильный ответ 10 баллов)

1. Напряжение в магистральных ЛЭП:
  - А) 20 кВ и ниже
  - В) 10 кВ
  - С) 110–1150 кВ
  - Д) до 1 кВ
2. Проблема технической базы РФ:
  - А) Избыток технологий
  - В) Высокий износ оборудования
  - С) Отсутствие угля
  - Д) Низкий спрос
3. Доля возобновляемых источников в общей выработке электроэнергии в РФ:
  - А) Менее 1%
  - В) 3 – 5 %

- C) около 20%
- D) около 50%
- 4. Smart Grid — это:
  - A) Угольные шахты
  - B) Интеллектуальные сети
  - C) Газопроводы
  - D) Торговые платформы

Тема 10. Функции и методы управления. Сущность, функции и необходимость стратегического планирования в электроэнергетике. (правильный ответ 10 баллов)

1. Стратегическое планирование ориентировано на:
  - A) Ежедневные задачи
  - B) Долгосрочные цели
  - C) Оплату счетов
  - D) Рекламу
2. SWOT-анализ используется для:
  - A) Расчета зарплат
  - B) Оценки сильных/слабых сторон
  - C) Ремонта оборудования
  - D) Продажи акций
3. Контроль как функция управления:
  - A) Увеличение расходов
  - B) Сравнение плана и результата
  - C) Наем сотрудников
  - D) Рекламная кампания
4. Причина стратегии в энергетике:
  - A) Стабильность тарифов
  - B) Риски изменения спроса и технологий
  - C) Отсутствие конкуренции
  - D) Простые задачи

Тема 11. Понятие «качество продукции». Показатели качества. Управление качеством продукции. (правильный ответ 10 баллов)

1. Показатель качества электроэнергии:
  - A) Цвет проводов
  - B) Стабильность напряжения и частоты
  - C) Имя поставщика
  - D) Стоимость
2. Стандарт ISO 9001 связан с:
  - A) Безопасностью данных
  - B) Менеджментом качества
  - C) Экологией
  - D) Маркетингом
3. Метод «Шесть сигм»:
  - A) Увеличение скорости
  - B) Снижение дефектов
  - C) Рост тарифов
  - D) Сокращение персонала
4. Причина брака в энергетике:
  - A) Низкий спрос
  - B) Износ оборудования

- C) Дешевые тарифы
- D) Климат

Тема 12. Экология электроэнергетики. (правильный ответ 10 баллов)

1. Преимущество АЭС для экологии:
  - A) Дешевое топливо
  - B) Отсутствие выбросов CO<sub>2</sub>
  - C) Простота строительства
  - D) Низкие риски
2. Проблема гидроэнергетики:
  - A) Высокие выбросы
  - B) Затопление территорий
  - C) Нестабильность
  - D) Дорогое топливо
3. Цель Киотского протокола:
  - A) Рост тарифов
  - B) Сокращение парниковых газов
  - C) Развитие ТЭС
  - D) Запрет АЭС
4. Экологический недостаток ТЭС:
  - A) Шум
  - B) Выбросы CO<sub>2</sub> и золы
  - C) Высокая стоимость
  - D) Низкий КПД

Тема 13. Основы кадрового менеджмента. Планирование человеческих ресурсов в организации. (правильный ответ 10 баллов)

1. Планирование человеческих ресурсов:
  - A) Закупка оборудования
  - B) Прогноз потребности в персонале
  - C) Установка тарифов
  - D) Реклама
2. Адаптация персонала направлена на:
  - A) Снижение зарплат
  - B) Введение в должность
  - C) Увольнение
  - D) Увеличение нагрузки
3. KPI — это:
  - A) Вид электростанции
  - B) Ключевые показатели эффективности
  - C) Метод тарификации
  - D) Экологический стандарт
4. Метод оценки «360 градусов»:
  - A) Автоматический расчет зарплат
  - B) Оценка коллегами и руководителем
  - C) Проверка оборудования
  - D) Анализ рынка

Тема 14. Предприятие и его внешняя и внутренняя среда. Продукция предприятия. (правильный ответ 10 баллов)

1. Внутренняя среда предприятия:
  - A) Конкуренты

- B) Персонал, ресурсы, структура
  - C) Экономический кризис
  - D) Потребители
2. Продукция предприятия:
- A) Штрафы
  - B) Товары и услуги
  - C) Кредиты
  - D) Налоги
3. Влияние конкуренции:
- A) Климат
  - B) Цены и качество
  - C) Технологии конкурентов
  - D) Законы
4. PEST-анализ учитывает:
- A) Только прибыль
  - B) Политические, экономические, социальные, технологические факторы
  - C) Внутренние ресурсы
  - D) Личные качества сотрудников

Тема 15. Основные участники рынка электроэнергии. (правильный ответ 10 баллов)

1. Транспортировка электроэнергии на большие расстояния:
- A) Распределительные сети
  - B) Энергосбытовые компании
  - C) Магистральные сети
  - D) Потребители
2. Функция Системного оператора:
- A) Продажа энергии
  - B) Балансировка спроса и предложения
  - C) Установка счетчиков
  - D) Производство энергии
3. Энергосбытовые организации:
- A) Строят ЛЭП
  - B) Продают энергию потребителям
  - C) Ремонтируют трансформаторы
  - D) Добывают уголь
4. Изолированные энергосистемы в РФ:
- A) Москва
  - B) Санкт-Петербург
  - C) Камчатка и Якутия
  - D) Урал

Тема 16. Методы отбора и адаптации персонала. Оценка результатов деятельности и развитие персонала. (правильный ответ 10 баллов)

1. Метод отбора персонала:
- A) Ремонт офиса
  - B) Собеседование
  - C) Покупка лицензий
  - D) Расчет налогов
2. Onboarding — это:
- A) Увольнение
  - B) Адаптация нового сотрудника

- C) Оптимизация налогов
- D) Закупка оборудования
- 3. Коучинг направлен на:
  - A) Снижение зарплат
  - B) Развитие навыков
  - C) Контроль времени
  - D) Увеличение нагрузки
- 4. Метод «мозгового штурма»:
  - A) Оценка KPI
  - B) Генерация идей
  - C) Составление отчетов
  - D) Увольнение

Тема 17. Рыночная модель предприятия. Механизм функционирования предприятия. (правильный ответ 10 баллов)

- 1. Цель рыночной модели:
  - A) Благотворительность
  - B) Максимизация прибыли
  - C) Увеличение налогов
  - D) Игнорирование спроса
- 2. Конкурентное преимущество:
  - A) Высокие издержки
  - B) Уникальное предложение
  - C) Низкое качество
  - D) Отсутствие рекламы
- 3. Сегментация рынка:
  - A) Унификация продукта
  - B) Деление потребителей на группы
  - C) Снижение цен
  - D) Рост издержек
- 4. Пример неценовой конкуренции:
  - A) Демпинг
  - B) Реклама и брендинг
  - C) Снижение качества
  - D) Уход с рынка

Тема 18. Сфера и методы тарифного регулирования в современной электроэнергетике. (правильный ответ 10 баллов)

- 1. Метод «затраты+»:
  - A) Рыночные цены
  - B) Учет издержек и нормы прибыли
  - C) Фиксированные платежи
  - D) Социальные субсидии
- 2. Регулятор тарифов в РФ:
  - A) Банки
  - B) ФАС и региональные комиссии
  - C) Генерирующие компании
  - D) Потребители
- 3. Перекрестное субсидирование:
  - A) Снижение налогов
  - B) Перенос затрат между группами

- C) Инвестиции в ВИЭ
- D) Экспорт энергии
- 4. Дифференциация тарифов по времени:
  - A) Рост потребления
  - B) Снижение пиковой нагрузки
  - C) Увеличение выбросов
  - D) Закрытие станций

Тема 19. Бизнес-планирование. Цель и сущность бизнес-планирования. (правильный ответ 10 баллов)

- 1. Цель бизнес-плана:
  - A) Увольнение сотрудников
  - B) Оценка жизнеспособности проекта
  - C) Повышение налогов
  - D) Игнорирование рисков
- 2. Раздел «Резюме» в бизнес-плане:
  - A) Подробные расчеты
  - B) Краткое описание проекта
  - C) Штатное расписание
  - D) Рекламные материалы
- 3. Финансовый план включает:
  - A) Описание продукта
  - B) Прогноз доходов и расходов
  - C) Рекламную стратегию
  - D) Юридические аспекты
- 4. Риски в бизнес-плане:
  - A) Гарантии прибыли
  - B) Возможные угрозы
  - C) Устаревшие данные
  - D) Отсутствие анализа

Тема 20. Маркетинг: сущность и содержание. (правильный ответ 10 баллов)

- 1. Цель маркетинга:
  - A) Снижение качества
  - B) Удовлетворение потребностей клиентов
  - C) Увеличение издержек
  - D) Игнорирование спроса
- 2. Стратегия «дифференциация»:
  - A) Снижение цен
  - B) Создание уникального продукта
  - C) Копирование конкурентов
  - D) Отказ от рекламы
- 3. Канал дистрибуции:
  - A) Производственный цех
  - B) Розничные сети
  - C) Бухгалтерия
  - D) Склад
- 4. Целевая аудитория:
  - A) Конкуренты
  - B) Потребители продукта
  - C) Поставщики
  - D) Государство

Тема 21. Инновации и инвестиции предприятия (правильный ответ 15 баллов)

1. Компания планирует внедрить инновационную систему умных сетей (Smart Grid) стоимостью 500 млн руб. Ожидается, что проект снизит потери электроэнергии на 15% и принесет ежегодный дополнительный доход 120 млн руб. Срок реализации — 5 лет. Ставка дисконтирования — 10%. - Рассчитайте NPV проекта.
2. Предприятие рассматривает два инновационных проекта:
  - Проект А: инвестиции 200 млн руб., срок окупаемости 4 года.
  - Проект Б: инвестиции 300 млн руб., срок окупаемости 6 лет.Прибыльность рынка для А — 12%, для Б — 8%.  
- Определите дисконтированный срок окупаемости для обоих проектов.
3. Для разработки новой технологии хранения энергии компания привлекла 150 млн руб.: 60% — кредит под 8% годовых, 40% — собственные средства. Ожидаемая доходность проекта — 15%.  
- Определите, при какой доходности проект станет убыточным.
4. Инвестиционный проект требует 1 млрд руб. Компания может получить государственный грант (30% суммы), но при этом обязана использовать отечественное оборудование, что увеличит операционные расходы на 20%.  
- Сравните NPV с грантом и без него (ставка 12%, срок 7 лет).
5. Компания внедряет цифровую платформу для управления активами. Капитальные затраты — 80 млн руб., ежегодная экономия — 25 млн руб. Ликвидационная стоимость оборудования через 5 лет — 10 млн руб.  
- Рассчитайте IRR проекта.

Тема 22. Риски в деятельности предприятия (правильный ответ 15 баллов)

1. Предприятие выпускает оборудование для ВИЭ. Из-за санкций поставки ключевых компонентов сократились на 40%. Себестоимость выросла на 25%, выручка упала на 30%.  
- Рассчитайте точку безубыточности в новых условиях.
2. Вероятность простоя ТЭС из-за аварии — 10%. Убытки за день простоя — 50 млн руб. Страховая премия — 5 млн руб./год с покрытием 80% ущерба.  
- Рассчитайте ожидаемые потери без страхования и определите целесообразность страхования.
3. Курс валюты за год вырос с 70 до 85 руб. Компания имеет кредит в 10 млн под 5% годовых и экспортную выручку \$15 млн.  
- Рассчитайте валютные риски.
4. Проект строительства солнечной электростанции имеет три сценария:
  - Оптимистичный: NPV = 200 млн руб. (вероятность 30%).
  - Базовый: NPV = 50 млн руб. (вероятность 50%).
  - Пессимистичный: NPV = -100 млн руб. (вероятность 20%).- Рассчитайте ожидаемый NPV.

5. Предприятие внедряет IoT-систему для прогнозирования аварий. Стоимость — 30 млн руб. Вероятность успеха — 70%. При успехе экономия — 15 млн руб./год, при провале — убытки 10 млн руб.  
- Постройте дерево решений и определите, стоит ли реализовывать проект.

Тема 23. Производственные и рыночные связи (правильный ответ 15 баллов)

1. Компания-производитель трансформаторов зависит от поставки меди из одного региона. Цена меди выросла на 40%, конкуренты снизили цены на 15%.  
- Рассчитайте, как изменится рентабельность при текущей цене продукции.
2. Доля предприятия на рынке ветрогенераторов — 25%. Появился новый конкурент с ценой на 20% ниже. Постоянные издержки компании — 200 млн руб./год, переменные — 60% от выручки.  
- Рассчитайте запас финансовой прочности.
3. Компания поставляет оборудование для ГЭС в 5 стран. Из-за геополитики две страны ввели пошлины в 15%. Выручка в этих странах — 40% от общей.  
- Оцените влияние пошлин на прибыль (маржинальность — 25%).
4. Предприятие производит умные счетчики. Рынок растет на 10% в год, но конкуренты занимают 60% доли. Рекламный бюджет — 50 млн руб./год.  
- Рассчитайте ROI рекламы при росте продаж на 15%.
5. Компания заключила долгосрочный контракт на поставку электроэнергии с фиксированной ценой. Затраты на топливо выросли на 30%, что снизило маржу с 20% до 5%.  
- Рассчитайте убытки за год (выручка — 1 млрд руб.).

Тема 24. Риски при финансировании проекта (правильный ответ 15 баллов)

1. Проект строительства ВЭС требует 2 млрд руб. (50% — кредит под 12%, 50% — акции). Ожидаемая доходность — 18%, волатильность рынка — 25%.  
- Рассчитайте стоимость капитала.
2. Инвестор рассматривает проект модернизации ЛЭП. Безрисковая ставка — 7%, премия за риск — 5%,  $\beta$ -коэффициент — 1.2.  
- Определите, при какой NPV проект будет принят (инвестиции — 800 млн руб., срок — 10 лет).
3. Проект финансируется за счет облигаций (ставка 10%) и акций (дивиденды 8%). Доля заемного капитала — 60%. Налог на прибыль — 20%.  
- Определите предельную ставку по кредиту для сохранения рентабельности.
4. Компания привлекла 500 млн руб. под плавающую ставку (LIBOR + 4%). LIBOR вырос с 2% до 5%.  
- Рассчитайте увеличение процентных расходов.
5. Проект имеет cash flow: -200 млн руб. (год 0), +80 млн руб. (год 1), +120 млн руб. (год 2), +150 млн руб. (год 3). Ставка — 15%.  
- Рассчитайте NPV и IRR.

Тема 25. Расходы и доходы предприятия (правильный ответ 15 баллов)

1. Постоянные издержки предприятия — 120 млн руб./год, переменные — 40% от выручки. Выручка — 400 млн руб.

- Рассчитайте точку безубыточности.
- 2. Компания планирует сократить расходы на 15%. Текущие затраты: сырье — 50%, зарплата — 30%, амортизация — 20%.  
- Рассчитайте экономию по каждой статье.
- 3. Предприятие имеет выручку 600 млн руб., себестоимость — 420 млн руб., налог на прибыль — 20%.  
- Рассчитайте чистую прибыль.
- 4. Проект требует 50 млн руб. инвестиций. Ожидаемые доходы: 20 млн руб. (год 1), 30 млн руб. (год 2), 40 млн руб. (год 3). Ставка — 12%.  
- Рассчитайте дисконтированный срок окупаемости.
- 5. Предприятие арендует оборудование за 10 млн руб./год. Покупка оборудования стоит 80 млн руб. (срок службы — 10 лет). Ставка дисконтирования — 10%.  
- Сравните NPV аренды и покупки.

Тема 26. Сущность, функции и необходимость стратегического планирования в электроэнергетике (правильный ответ 15 баллов)

1. Компания планирует переход на 30% ВИЭ к 2030 году. Текущая доля ВИЭ — 5%. Инвестиции требуются: 50 млрд руб. (2024–2030). Ожидаемая экономия от снижения выбросов — 8 млрд руб./год. Ставка дисконтирования — 9%.  
- Определите риски (технологические, регуляторные, рыночные).
2. Прогноз спроса на электроэнергию в регионе: рост на 4% ежегодно. Текущая мощность сети — 1000 МВт, износ — 40%. Стоимость модернизации 1 МВт — 10 млн руб.  
- Рассчитайте необходимые инвестиции до 2030 года.
3. Компания внедряет стратегию цифровизации сетей. Затраты — 200 млн руб. Ожидаемый эффект: снижение аварий на 25% (экономия — 50 млн руб./год).  
- Определите срок окупаемости.
4. План развития включает строительство АЭС (NPV = 300 млрд руб.) и закрытие угольных ТЭС (убытки — 50 млрд руб.). Экологические штрафы за уголь — 10 млрд руб./год.  
- Рассчитайте совокупный эффект за 15 лет (ставка 8%).

Тема 27. Прибыль предприятия. Издержки, себестоимость, ценовая политика (правильный ответ 15 баллов)

1. Себестоимость производства 1 кВт·ч — 2.5 руб. Цена продажи — 4 руб. Годовой объем — 500 млн кВт·ч. Постоянные издержки — 200 млн руб./год.  
- Рассчитайте валовую и чистую прибыль (налог — 20%).
2. Предприятие производит трансформаторы. Переменные издержки — 120 тыс. руб./шт., цена — 180 тыс. руб./шт. Постоянные издержки — 60 млн руб./год.  
- Найдите точку безубыточности.
3. Компания продает электрооборудование. Наценка — 30%. Спрос упал на 15% из-за роста цен конкурентов на 10%.  
- Рассчитайте потерю выручки.

4. Проект модернизации ЛЭП снизил себестоимость передачи на 15%. Инвестиции — 80 млн руб., срок окупаемости — 5 лет. Годовая экономия — 20 млн руб.  
- Рассчитайте NPV (ставка 10%).
5. Себестоимость производства солнечных панелей — 8000 руб./шт., рыночная цена — 12 000 руб./шт. Компания планирует удвоить выпуск (с 10 000 до 20 000 шт./год).  
- Рассчитайте эффект масштаба (постоянные издержки — 40 млн руб.).

Тема 28. Бизнес-планирование для энергоэффективных проектов (правильный ответ 15 баллов)

1. Проект установки энергоэффективных светодиодов в городе требует 200 млн руб. Экономия — 50 млн руб./год. Срок — 7 лет. Грант — 30% суммы.  
- Рассчитайте NPV с учетом гранта (ставка 12%).
2. Бизнес-план геотермальной станции: инвестиции — 5 млрд руб., выручка — 1.2 млрд руб./год, эксплуатационные расходы — 600 млн руб./год.  
- Рассчитайте IRR за 10 лет.
3. Проект «Умный город»: внедрение IoT-сетей (инвестиции — 1.5 млрд руб.). Ожидаемый эффект: снижение потерь энергии на 30% (экономия — 300 млн руб./год).  
- Постройте график окупаемости.
4. Проект строительства биогазовой станции: срок окупаемости — 6 лет, IRR — 14%. Конкурирующая ставка по депозитам — 9%.  
- Рассчитайте, как рост стоимости сырья на 20% повлияет на IRR.
5. Бизнес-план мини-ГЭС: инвестиции — 300 млн руб., выручка — 80 млн руб./год, эксплуатационные расходы — 30 млн руб./год.  
- Рассчитайте срок окупаемости и NPV (ставка 10%).

Тема 29. Риски. Страхование (правильный ответ 15 баллов)

1. Вероятность аварии на подстанции — 5%. Ущерб — 200 млн руб. Страховая премия — 15 млн руб./год (покрытие 90%).  
- Рассчитайте ожидаемые потери со страхованием и без.
2. Компания застраховала оборудование на 500 млн руб. (страховая сумма — 80%, франшиза — 10 млн руб.). Ущерб от урагана — 150 млн руб.  
- Рассчитайте выплату страховой компании.
3. Риск перебоев поставок газа оценен в 20%. Убытки за день — 10 млн руб. Стоимость дублирующего источника — 50 млн руб.  
- Рассчитайте NPV обоих вариантов (ставка 10%).
4. Предприятие страхует грузы при транспортировке. Вероятность повреждения — 8%, ущерб — 30 млн руб. Страховая премия — 3 млн руб./год.  
- Определите математическое ожидание убытков.

Тема 30. Классификация доходов. Планирование выручки (правильный ответ 15 баллов)

1. Выручка компании: 70% — продажа энергии, 20% — услуги, 10% — аренда сетей. Планируется рост сектора услуг на 30%, аренды — на 15%.

- Рассчитайте прогнозную выручку (текущая — 1 млрд руб.).
- 2. Предприятие получило 150 млн руб. выручки. Направления использования: 40% — оплата сырья, 30% — зарплата, 20% — налоги, 10% — прибыль.
  - Определите, как рост зарплат на 15% повлияет на прибыль.
- 3. Прогноз выручки: 500 млн руб. (пессимистичный), 700 млн руб. (базовый), 900 млн руб. (оптимистичный). Вероятности: 25%, 50%, 25%.
  - Рассчитайте ожидаемую выручку.
- 4. Выручка от экспорта энергии — 50 млн. (курс – 75 руб.). При падении курса до 80 руб. выручка в рублях вырастет, но контракты фиксированы в валюте.
  - Рассчитайте валютный риск.
- 5. Компания планирует увеличить выручку на 20% через 3 года. Текущая выручка — 800 млн руб. Инфляция — 6% годовых.
  - Рассчитайте целевую выручку с учетом инфляции.