Институт ВФ МЭИ

Направление подготовки:

13.04.01Теплоэнергетика и теплотехника

13.04.02 Электроэнергетика и электротехника

Банк заданий по базовой части вступительного испытания в магистратуру
Задание экзаменационного билета № 1 (5 баллов)

Задание 1.1.Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

Задание 1.2. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 1.3 Найти: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$.

Задание 1.4 Найти: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg}x}{1-\sqrt{1+\mathrm{tg}x}}$.

Задание 1.5 Используя второй замечательный предел, найти: $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+5}{x^2-5}\right)^{x^2}$.

Задание 1.6 Найти производную функции: $y = x^3 \cos 2x$.

Задание 1.7 Найти производную функции: $y = \dfrac{arctgx}{x^3}$.

Задание 1.8 Найти производную третьего порядка: $y = x \ln x$.

Задание 1.9 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{e^x}$.

Задание 1.10 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}\right)$.

Задание экзаменационного билета № 2 (5 баллов)

Задание 2.1. Определить интервалы монотонности функции $y = xe^{3x}$.

Задание 2.2. Найти экстремумы функции $y = \dfrac{x^2}{x-2}$.

Задание 2.3. Найти интеграл: $\int \dfrac{\cos\ln x}{x}\,dx$.

Задание 2.4. Используя метод интегрирования по частям, найти интеграл $\int x\cos x dx$.

Задание 2.5. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\pi/4} \sin 4x dx$.

Задание 2.6. Используя замену переменной в определенном интеграле, вычислить: $\int\limits_0^1 \sqrt{4-x^2}dx$.

Задание 2.7. Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ох и графиком функции $y=x^2-2x$ при $x \in [0;3]$.

Задание 2.8. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, если $z = x^2 + 3x\sqrt{y} - y + \dfrac{y^2}{x}$.

Задание 2.9.Найти $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ для функции $u = \sin\left(\dfrac{xy}{z}\right)$.

Задание 2.10.Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными $\left(1+x^2\right)dy - 2xy\,dx = 0$.

Задание экзаменационного билета № 3 (5 баллов)

Задание 3.1.Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$xy \cdot y' = 1 - x^2$.

Задание 3.2.Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = 0$.

Задание 3.3.Вычислить интеграл $\int\limits_0^2 dy \int\limits_0^1 (x^2 + 2y)dx$.

Задание 3.4.Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд $\sum_{1}^{\infty}\frac{4^n}{n!}$.

Задание 3.5. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость ряд $\sum_{2}^{\infty}\frac{1}{(\ln n)^n}$.

Задание 3.6.Используя признак Коши, исследовать сходимость ряда:

$$3+\frac{3^2}{2^2}+\frac{3^3}{3^3}+\frac{3^4}{4^4}+\cdots+\frac{3^n}{n^n}+\ldots$$

Задание 3.7. Представить комплекное число $z=-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ в тригонометрической и показательной формах.

Задание 3.8. Представить комплекное число $z=-1-i\sqrt{3}$ в тригонометрической и показательной формах.

Задание 3.9. Используя формулу Муавра, вычислить $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{60}$.

Задание 3.10. Пользуясь условиями Коши-Римана, определить, является ли функция $w=e^z$ дифференцируемой хотя бы в одной точке комплексной плоскости.

Задание экзаменационного билета № 4 (10 баллов)

Задание 4.1. Понятие матрицы. Произведение матриц . Привести пример.

Задание 4.2. Обратная матрица, условие её существования. Вычисление обратной матрицы. Найти матрицу, обратную к матрице

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 4.3.Системы линейных уравнений. Отыскание решений линейной системы методом Крамера. Решить по правилу Крамера систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4, \\ 3x_1-5x_2+3x_3=1, \\ 2x_1+7x_2-x_3=8. \end{cases}$$

Задание 4.4. Векторное произведение двух векторов и его свойства. С помощью векторного произведения найти площадь треугольника ABC, если $A(-1;\,2;\,4)$, $B(3;\,7;\,-2)$, $C(5;\,-9;\,0)$.

Задание 4.5. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору (вывод). Общее уравнение плоскости. Частные случаи общего уравнения плоскости.

Задание 4.6. Предел функции при $x \to \infty$. Найти $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2 - x}{x^2 + 10}$.

Задание 4.7. Первый замечательный предел (с выводом). Второй замечательный предел. Используя первый замечательный предел, найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{2x}$.

Задание 4.8. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Задание 4.9. Путем последовательного интегрирования, решить дифференциальное уравнение $y'' = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Задание 4.10. Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа.

Задание экзаменационного билета № 5 (15 баллов)

Задание 5.1. Кривые второго порядка (написать канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы). Вывод канонического уравнения эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению.

Задание 5.2. Предел функции в точке (по Гейне и по Коши).

Задание 5.3.Непрерывность функции в точке (дать два определения).

Задание 5.4.Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.

Задание 5.5. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла.

Задание 5.6. Длина дуги кривой в прямоугольных координатах (вывод формулы). Пример. Найти длину дуги кривой $y = \ln x$ от $x = \sqrt{3}$ до $x = \sqrt{8}$.

Задание 5.7. Определение и условия существования двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла.

Задание 5.8. Линейные уравнения первого порядка. Методы Лагранжа и Бернулли (вывод формулы одним из методов) .

Задание 5.9. Понятие числового ряда. Необходимое условие сходимости рядов. Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, Даламбера, Коши. Используя признак Даламбера исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n(n+1)}{3^n}$.

Задание 5.10. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Аналитические функции.